

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ГАБРОВО Факултет "ЕЛЕКТРОТЕХНИКА И ЕЛЕКТРОНИКА"

## маг. инж. Констандинос Анастасиос Трамандзас

## РАЗРАБОТКА И ИЗСЛЕДВАНЕ НА МАЛОМОЩНИ ПИЕЗОЕЛЕКТРИЧЕСКИ ГЕНЕРАТОРИ НА ЕНЕРГИЯ (ENERGY HARVESTERS)

# ΑΒΤΟΡΕΦΕΡΑΤ

# на дисертация за придобиване на образователна и научна степен "доктор"

Област на висше образование: 5. Технически науки

Докторска програма:

Професионално направление: 5.2 Електротехника, електроника и автоматика "Микроелектроника"

Габрово, 2021 г.



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ГАБРОВО Факултет "ЕЛЕКТРОТЕХНИКА И ЕЛЕКТРОНИКА"

## маг. инж. Констандинос Анастасиос Трамандзас

## РАЗРАБОТКА И ИЗСЛЕДВАНЕ НА МАЛОМОЩНИ ПИЕЗОЕЛЕКТРИЧЕСКИ ГЕНЕРАТОРИ НА ЕНЕРГИЯ (ENERGY HARVESTERS)

# ΑΒΤΟΡΕΦΕΡΑΤ

## на дисертация за придобиване на образователна и научна степен "доктор"

Област на висше образование: 5. Технически науки

Професионално направление: 5.2 Електротехника, електроника

Докторска програма:

и автоматика "Микроелектроника"

Научен ръководител: доц. д-р инж. Велимира Димитрова Тодорова

Рецензенти: доц. д-р инж. Георги Василев Ангелов проф. д-р инж. Иван Борисов Евстатиев

Габрово, 2021 г.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за официална защита на заседание на Разширен катедрен съвет на катедра "Електроника" към факултет "Електротехника и електроника" на Технически университет – Габрово, проведен на 26.11.2020 г.

Дисертационният труд съдържа 153 страници. Научното съдържание е представено в увод, 4 глави, анализ и заключение, 2 приложения и включва 109 фигури и 44 таблици. Цитирани са 135 литературни източника. Номерацията на фигурите, таблиците и формулите в автореферата е в съответствие с тази в дисертацията.

Разработката/изследванията на/по дисертационния труд е/са извършена/и в катедра "Електроника" към факултет "Електротехника и електроника" на Технически университет – Габрово.

Благодарности (по преценка на автора): .....

Автор: маг. инж. Констандинос Анастасиос Трамандзас Заглавие: РАЗРАБОТКА И ИЗСЛЕДВАНЕ НА ГЕНЕРАТОРИ НА ЕНЕРГИЯ (ENERGY HARVESTERS) Тираж: ...... бр. Място на отпечатване:

МАЛОМОЩНИ ПИЕЗОЕЛЕКТРИЧЕСКИ

### ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

### Актуалност на проблема

Нарастващата нужда от ресурси и влошаващата се екологична обстановка, силно повлияна от увеличаващото се земно население, определя търсенето на алтернативни технологии и възобновяеми ресурси. Това е особено забележимо в сферата на енергодобива, където усилено се разработват методи за откриване и експлоатиране на алтернативни източници на електрическа енергия.

Разширеното използване на компактни, мобилни устройства с увеличени функционални възможности налага използването на множество миниатюрни захранващи източници. Във връзка с това активно се търсят начини за замяната на съществуващите в момента миниатюрни източници - батерии или акумулаторни батерии, с устройства, които да генерират сами енергия и да облекчат потреблението на конвенционално генерирана електрическа енергия.

Затова настоящата разработка разглежда възможността за създаване на миниатюрен генератор на електрическа енергия, която да бъде генерирана от механични вибрации, явяващи се несъществени или паразитни за дадено явление.

### Цел и задачи на дисертационния труд

**Целта на** дисертационния труд е създаване и подобряване на модели, както и обслужващата ги изчислителна методика за многослойни вибрационни пиезоелектрични ЕН с гредова конструкция.

Основните задачи, които трябва да се решат в настоящата разработка са:

- 1. Представяне на съществуваща методика за описание на еднослойни пиезоелектрични харвестери.
- 2. Разработка на модели за многослойни пиезоелектрични ЕН.
- 3. Създаване на обслужваща методика за проектиране на двуслойни пиезоелектрични ЕН.
- 4. Определяне на значимите моделни параметри за разработваната методика.
- 5. Експериментални изследвания за доказване на адекватността на предложените модели за пиезоелектрични вибрационни харвестери.

### Методи на изследване

В дисертацията за решаване на поставените задачи е избран научният подход от математическо описание на явлението/проблема, през моделиране и симулация, сравнение с ескперимент и сравнение на получените от измерването резултати с тези от симулациите. Методиката на изследването има следната последователност – анализ на състоянието на проблема, изследване на възможността за симулация на процеса, симулация, експериментално изследване на реален опитен образец, анализ и сравнение на получените резултати от симулацията и експерименталното изследване с цел верификация на предложеното решение за симулация. Конкретните приложени методи следват известните в литературата и са цитирани от автора (уравненията на Euler-Bernoulli за хомогенна греда).

### Научна новост

Дисертационният труд разглежда методики за създаване на по-ефективни специализирани модели на многослойни пиезоелектрични структури. Използването на подобен вид структури в генераторите на малки енергии е продиктувано от съображения за увеличаване на коефициента на полезно действие без относително големи промени в масогабаритните им параметри. Това се постига при използване на няколко пиезоелектрични слоя, които са свързани по специфичен начин в тези структури. Това свързване на активните слоеве увеличава комплексността на описващите ги модели, като дисертационният труд предлага модели с нужната адекватност за описание на подобен тип енергийни генератори.

### Приложимост

Резултатът на дисертационния труд е приложим при развойна дейност и внедряване на пиезоелектрични многослойни генератори на енергия, като предложените модели могат да се използват за предварително определяне на получаваното количество енергия от подобен тип структури.

### Апробация на дисертационния труд

Предложените модели са изследвани симулационно и експериментално, като част от резултатите, получени при разработката на дисертационния труд, са изнесени чрез публикации на статии в реферирани списания и чрез изнасяне на доклади на научни конференции с международно участие, част от които са индексирани в SCOPUS.

### Структура и обем на дисертационния труд

Дисертационният труд е структуриран в увод, четири глави, анализ и изводи, списък с публикациите, предоставени от автора, както и списък с цитираната от автора литература, както и декларация за авторство, като общият обем на дисертацията е от 153 страници. Към дисертационния труд има две приложения с част от симулационните резултати при изследване на адекватността на моделите.

### СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

### ГЛАВА ПЪРВА – ЛИТЕРАТУРЕН ОБЗОР НА ХАРВЕСТЕРИ ЗА ЕЛЕКТРИЧЕСКА ЕНЕРГИЯ

Енергиен харвестер (Energy Harvester или Scavenger) е устройство, което генерира електрическа енергия от натурално възникващи източници, които в повечето случаи са неподходящи за макромащабна (промишлена) енергийна генерация. Този тип устройства работят на класически и добре изучени физически принципи, но източниците на преобразуваната енергия се смятат за неконвенционални в общия случай. В настоящата разработка под *харвестер* се разбират клас електромеханични устройства, които имат изходна електрическа енергия в диапазона от няколко стотин nW до 10 µW.

### 1.1. Методи за генериране на електрическа енергия

В настоящия момент основен двигател на прогреса на човешката цивилизация е електрическата енергия, затова от критично значение за хората са методите за придобиване на този вид енергия. Тези методи могат да се класифицират като *преки* и *непреки*, като под *преки* се подразбират процеси, при които се осъществява пряко преобразуване на друг вид енергия в електрическа, а при *непреките* – използва се опосредствано някой от преките методи на преобразуване, но свързано със специфична конструкция, която е ефективна само при определени входни параметри. Известни са седем основни механизма за директно превръщане на други видове енергия в електрическа. Това са:

- Методи за получаване на статично електричество, базиращи се на разделянето, натрупването и пренасянето на заредени частици (като пример могат да се посочат трибоелектричния ефект [106, 117] и мълниите);
- Методи, базирани на електромагнитна индукция при които електрически генератор [45] превръща кинетична енергия [120] (енергия на движение) в електричество;
- Електрохимия директното превръщане на химичната енергия в електричество [67], какъвто е случая при батериите [9], горивните клетки [79] или нервните импулси [78];
- Фотоволтаичен ефект трансформация на светлинните потоци (фотони) в електричество [81], както е при фотосоларните панели [40];
- Термоелектричен ефект директното превръщане на термална разлика в електричество [41], което може да се извърши чрез термодвойки, термоснопове [41] и термионични преобразуватели [44];
- Пиезоелектричен ефект превръщане на механичната енергия в електрическа [16];
- Ядрена трансмутация създаване и ускоряване на заредени токоносители (примери: бетаволтаици и/или излъчване на алфа частици) [68, 126].



Също така трябва да се обърне внимание и на сравнителна ниската ефективност при енергийната трансформация (Табл. 1.1), което допълнително налага ограничения върху извличаната В световен мащаб електроенергия. Тук явно се проявява стремеж за сметка на алтернативните източници да се повиши ефективността на енергийния добив или в краен случай да се оползотворят отпадните продукти на промишлена и някаква друга дейност като отпадъчна топлина, вибрации, шум,



Както е показано на диаграмата от фиг. 1.1, около 60% от генерираната електрическа енергия зависи от изкопаеми горива от един или друг вид, а 10% се базира на радиоактивни изотопи, рядко срещащи се в земната кора [124]. Над половината от останалата енергия се генерира от ВЕЦ, но тук генерационните лимити се налагат от крайния брой подходящи водни източници, крайния обем водна маса, която се генерира в рамките на сезонните цикли, както и ограничаването на наличното водно количество, свързано с използването му и за питейни, поливни, промишлени или други нужди на разрастващото се човешко общество.

Енергиен източник	Генерирано електричество, <i>MW/h</i>	Ефективност на преобразуване
Дърва и свързаните с тях горива	1156530	23 %
Въглища	3082643	31 %
Ядрена енергия	10910055	33 %
Петролни продукти	71681	35 %
Хидроцентрали	1477583	35 %
Вятър	75688	37 %
Природен газ	5364836	45 %
Общо:	22139016	Средно 34,14 %

Табл. 1.1: Ефективност при енергодобива в световен мащаб

### **1.2.** *Устройства от вида Energy Harvesting*

В последните години на мода е така наречения Energy Harvesting (EH) – известен още като Power Harvesting или Energy Scavenging, който в същността си е процес на извличане на енергия от външни източници, трансформацията й и съхранението й за малки, безжични автономни устройства, подобни на преносимата електроника или безжичните сензорни мрежи. ЕН процесите осигуряват ограничено количество електрическа енергия за електронни устройства с много ниска консумация, като енергията се извлича от фонови процеси, които нямат пряко значение за дадена система или се явяват паразитни за нея.



Фиг. 1.2. Процеси за конвертиране на енергия, използвани при харвестери [111] Енергийните харвестери се различават по вида на източниците на първична енергия за конвертиране. Тази енергия може да бъде топлинна, вибрационна, светлинна и звукова. Определящи параметри са енергийната плътност на източника и коефициента на полезно действие (КПД) на превръщане към електрическа енергия и енергийната плътност на харвестера. В Табл. 1.2 са сравнени различни видове източници за енергийни харвестери, като източниците са човек и различни по рода си явления от околната среда.

Енергиен източник	Енергийна плътност		
Arycmuley upmounty [73]	0,003 μW/cm <sup>3</sup> , за 75Db		
лкустичен източник [75]	0,96 μW/cm <sup>3</sup> , 3a 100Db		
Температурна разлика [76]	$10 \ \mu W/cm^3$		
Радио честоти от заобикалящата среда [110]	$1 \mu\text{W/cm}^2$		
	100 mW/cm <sup>2</sup> (директна слънчева светлина)		
Дневна светлина	100 W/cm <sup>2</sup> (изкуствена светлина в затворено		
	помещение)		
Термоелектрична [94]	$60 \text{ W/cm}^2$		
Buch and (and a second and and a second buch	4 W/cm <sup>3</sup> (човешко движение – Hz) 800 W/cm <sup>3</sup> (машини		
Биорации (микрогенератори) [62]	– kHz)		
Вибрации (пиезоелектрични) [77]	$200 \ \mu\text{W/cm}^3$		
Въздушно течение [46]	$1 \mu\text{W/cm}^2$		
Натискане на клавиши [71]	50 J/N		
Монтирани в обувки [85]	$330 \mu\text{W/cm}^2$		
Ръчни ел. генератори	30 W/kg		

Таблица 1.2: Различни източници на енергия за енергийни харвестери

Възможните източници на енергия на ЕН са следните:

- *Радиовълнов фон* използване на радиовълни, излъчвани от радиопредавателни източници, като в случая се изисква или голяма събирателна площ или локация близка до излъчващия в електромагнитния спектър източник, за да може да се получат използваеми количества енергия.
- Фотоволтаични източници за разлика от индустриалните си аналози, при ЕН на фотоволтаици събирането на енергия се извършва чрез специално конфигуриран слой аморфен силиций, като той най-често се използва за захранване на соларни калкулатори. В последно време се развиват нови фотоволтаични технологии – примерно DSSC (Dye Sensitized Solar Cell), при която чрез подбиране на подходящо светоабсорбиращо вещество може да се генерира много по-голяма мощност – при 200 lux фотоволтаична DSSC клетка може да генерира 10 µW на квадратен сантиметър.
- Използване на флуидни потоци използват се различни турбинни и нетурбинни технологии. Като пример може да се посочи патентования микрогенератор Windbeam (Вятърна греда) на Zephyr Energy Corporation [135], който оползотворява енергията на въздушни потоци, и може да се използва за презареждане на батерии и захранване на електронни устройства.
- Термоелектрични източници използвайки ефектите на Зеебек и Пелтие, термоелектричните материали могат да се използват като нагреватели, охлаждащи елементи и електрически генератори (TEG). Идеалните термоелектрични материали имат висок коефициент на Зеебек, висока електрическа проводимост и ниска термопроводимост, която е необходима за поддържане на висок температурен градиент. Стандартните термоелектрически модули се състоят от *p*- и *n*- легирани, свързани последователно електрически и паралелно температурно бисмутно-телуритни слоеве, разположени между метализирани керамични плочи, които повишават якостта и служат за електрическа изолация на системата. Предимствата на термоелектриците са: отсъствие на движещи се части; не използват материал, който трябва да бъде постоянно обновяван; охлаждането и загряването може да се реверсират. Недостатъкът е ниския коефициент на трансформация (в момента около 10 %).
- *Електростатични устройства (капацитивни)* базират се на изменящия се капацитет на зареден променлив кондензатор, при който външни вибрации приближават и раздалечават кондензаторните плочи, преобразувайки механичната енергия в електрическа. За да могат да функционират електростатичните ЕН се нуждаят от поляризационен източник, чието напрежение трябва да е с големина от поне няколко стотици волта, което значително усложнява схемата за преобразуване на енергията. Тук решението е да се използват електретни материали (електрически заредени диелектрици), които могат да съхранят поляризацията на кондензатора в течение на години.
- Магнитна индукция магнити, закрепени за носеща греда и движещи се относително спрямо проводник са чувствителни дори към малки вибрации, тъй като генерират

микротокове съгласно закона за индукция на Фарадей. Проблем при тези устройства са габаритите, които могат да бъдат намалени за сметка на използване на нови материали (с по-голяма гъвкавост).

- Флуктуации в атмосферното налягане промените в налягането поради температурни промени или метеорологичните условия спрямо затворен атмосферен обем, може да бъде използван за осигуряване на задвижване на механични конструкции (използва се в часовници Atmos).
- Пироелектричен ефект при тези устройства се използва пироелектричния ефект за преобразуване на температурна разлика в електрически ток или напрежение. Пироелектричните устройства изискват изменящи се във времето входни сигнали и се характеризират с малка изходна мощност в ЕН приложения, поради ниските работни честоти. Въпреки това едно от най-големите предимства на пироелектриците над термоелектриците е факта, че много пироелектрични материали са стабилни до и над температури от 1200 °C, позволявайки екстракция на енергия от високотемпературни източници, повишавайки по този начин термодинамичната ефективност.
- Пиезоелектричен ефект използва се за преобразуване на механично натоварване в електрически сигнал. Това натоварване може да има множество източници – човешките движения, нискочестотни сеизмични вибрации, акустичния шум са едни от примерите. Повечето пиезоелектрични ЕН генерират мощности в рамките на mW (миливати), което е недостатьчно за използването им в големи системи, но е напълно достатьчно за някои мобилни устройства и за захранване на ръчни часовници, дори в последно време са разработени безбатерийни безжични звънци за врати, а в индустриалните приложения са известни захранвани от вибрации сензори.

Независимо от принципа си на действие ЕН са основно системи за добив на енергия, които не могат да бъдат така мащабирани, че да дават енергия от ранга на промишлените електрически генератори. Те основно са предназначени за захранване на мобилни и безжични устройства, при които не е желателно батерийно, акумулаторно или проводниково захранване.

Съхранението на енергията в този тип устройства се извършва в кондензатори, суперкондензатори или батерии. Кондензаторите се използват, когато се изискват големи енергийни пикове при захранване, а батерии, поради по-малката утечка на енергия, се използват при устройства, които изискват стабилен приток на енергия. Най-често енергията се натрупва в първичен кондензатор след което се регулира и/или усилва и подава към вторичен съхраняващ кондензатор или батерия. Тази енергия най-често се използва при сензорни приложения, при които данните се предават най-често безжично.





а) графен-протеинов суперкондензатор [63] Фиг. 1.4. "Био" решения за суперкондезаторни структури

б) био асиметричен суперкондензатор [112]

#### *1.3*. Основни параметри на ЕН

Поради голямото разнообразие от технологии и принципи на действие на ЕН, при тях могат да се разглеждат два основни параметъра – изходна мощност и коефициент на полезно действие. Основният параметър при всички ЕН устройствата е тяхната изходна мошност. За разлика от батериите и акумулаторите, при които възможността за осигуряване захранването на електрически товари се оценява на първо място чрез енергията, която те съхраняват (в А/h или mA/h), за същата цел при ЕН се използва енергията от единица техен обем с дименсия  $mJ/cm^3$ . За по-голямо удобство се борави с мощността (Power Density) PD в  $\mu W$  или mW на техния изход при определена стойност на преобразуваната величина. От гледна точка на съвременните приложения на EH се счита, че минималната им PD трябва да е 20 mW. Освен това може да се използва и нормализираната мощност (Normalised Power Density) NPD, представляваща отношение на PD и площта на EH (дименсия  $\mu W/cm^2$  и по-рядко  $mW/cm^2$ ) или на PD и обема

(най-често с дименсия  $nW/mm^3$ ). Изходните стойности за електрическото напрежение на ЕН зависи от принципа на действието им и е в твърде широки граници – от няколко десетки mV до няколко V.

В процеса на преобразуване част от енергията неизбежно се губи, поради което съществен параметър също така е *коефициентът на полезно действие* – КПД (Efficiency), показващ каква част от входната енергия се преобразува в електрическа. Също така трябва да се отбележи, че този тип устройства най-често са с миниатюрни размери и имат строго специализирана структура, отговаряща на конкретното приложение, която може да няма аналог при индустриалните енергийни системи. Поради тази причина не са приети общи класификационни критерии, а най-често се използват общи класификации, най-често базирани на използваните външни източници на енергия.

### 1.4. Примери за устройства от вида на ЕН

### 1.4.1. Фотоелектрични ЕН

Оптичните харвестери базират действието си на фотоелектричен принцип, подобно на соларните фотопанели, при който енергията на електромагнитното лъчение се преобразува в електрическа енергия. Известни са като Solar Harvester и Solar-Energy Harvester, въпреки че се използват както и при изкуствено осветление, така и в електромагнитен диапазон, който се отличава от видимия такъв [114]. Тук структурата на фотоволтаичния харвестер се изгражда в подложката на използвания чип, което води до опростяване на конструкцията, тъй като обработващата (формиращата) схема също се вгражда в чипа и загубите от сравнително дълги предавателни линии се избягват. На фиг. 1.8 е представена фотоволтаична клетка на електретен харвестер, използваща ултравиолетови източници (UV) на лъчение [52], като тя се монтира в корпус с прозрачен за UV лъчението защитен капак.



Фиг. 1.8. Фотоволтаичен електретен харвестер [52]



Фиг. 1.9. Модел на сензор за имплантиране в човешко око

Едно от по-интригуващите решения на фотоволтаичен харвестер със специфично приложение е предложено от фирма Nano Retina за техния прототип "Bio-Retina" [119], в която изкуствена ретина за имплантиране, създаваща 576 пикселово изображение в сивата гама (grayscale) се захранва от фотоволтаична клетка, захранваща цялата система. 1.4.2. Термоелектрични ЕН

## 1.4.2. Термоелектрични ЕН

Тези харвестери са основани на термоелектрическия ефект, възникващ във веригата на термодвойка. При разлика на температурите T<sub>1</sub> и T<sub>2</sub> в точките на съединение на два разнородни проводника A и B (фиг. 1.10), образуващи термодвойка, в електрическата верига възниква електродвижеща сила, наричана термо-е.д.с. При постоянна температура в едната точка на съединение, например в т. 2 = const, възникналото термо-е.д.с. ще бъде:

$$E_{AB} = f(T_1) - k = f_1(T_1), \qquad (1.1)$$

т.е. термо-е.д.с. е функция на температурата  $T_1$  в точка 1 на съединение на двата разнородни проводника, а  $k = f_1(T_2)$ .  $E_{AB}$  е пропорционално на разликата в температурите  $\Delta T = T_1 - T_2$ .

Точката на съединение на проводниците т. 1 се нарича работен край на термодвойката, а т. 2 – свободен край на термодвойката.







Фиг. 1.11. Термоелектричен генератор

Термоелектричните генератори (Thermoelectric Generator – TEG) се основават на ефекта на Зеебек и преобразуват топлинната в електрическа енергия, чиято големина е правопропорционална на температурната разлика и коефициента на Зеебек на използваните материали. Като основен недостатък е малкият КПД с типични стойности около 10 %, които намаляват дори под 5 % при малка температурна разлика [4]. Все по-често се използват в самолети, където температурната разлика между кабината и околния въздух може да надхвърли 50 °C [25]. Също така се смята, че монтирането на TEG на ауспуха на автомобили може да доведе до получаване на значителни електрически мощности [22]. По подобен начин работят TEG, монтирани върху тръби с топла вода, например на парно отопление (фиг. 1.12) [75, 130]. При обем 10 cm<sup>3</sup> и температурна разлика 30 °C те осигуряват мощност десетина mW.



Фиг. 1.13. Използване на ТЕС за безжични сензори [82] 1.4.3. Електромагнитни ЕН

На фиг. 1.13. е даден външният вид на TEG за безжични сензори, монтиран на алуминиев болт с дължина 55 mm и диаметър 38 mm. При завиването му в гнездо към тръба с топла вода той има мощност между 0,2 и 15 mW в зависимост от температурната разлика, а вграденият преобразувател на напрежение може да осигури желани стабилизирани негови стойности между 1,2 и 5 V [82].

Електромагнитните ЕН (Electromagnetic EH, Electrodynamic EH, Inductive Generator), найчесто базират действието си на движението на постоянен магнит спрямо фиксирана индуктивност, което индуцира в нея променливо напрежение. Движението може да е в резултат на вибрации от ходенето на човек или друго механично въздействие. Като пример може да се посочи електромагнитния харвестер за множество честоти [109], при който няколко постоянни магнити са разположени над печатни намотки по продължението на гъвкава греда (фиг. 1.14, а). При наличието на външни вибрации, магнитите ще осцилират с честота, която зависи от конкретното им разположение върху гредата. Такава конструкция е пригодена за извличане на електрическа енергия от механични вибрации със сравнително широк честотен диапазон [109].



а) концепция за електромагните харвестер б) изп Фиг. 1.14. Електромагнитен ЕН [109]





а) прототип на електростатичен харвестер [23]



б) изпитателна установка ЕН [109]





### Фиг. 1.15. Електростатични вибрационни ЕН

Електростатични ЕН (Electrostatic EH, Electrostatic Generator) – при които използват промяната на количеството електричество и съответно натрупаната енергия в кондензатор при движение на една от неговите пластини, като основно има експериментални модели главно на основата на MEMS технология. При някои от тях се осигурява до *100 mW* при вибрации с

амплитуда 20 mm и честота 1,2 kHz, а при други – 0,12 mW при амплитуда 1 mm и честота 45 Hz [18]. Специфична особеност на тези ЕН е необходимостта от захранващ източник (обикновено батерия) с напрежение няколко V, който да осигури първоначалния заряд на кондензатора. 1.4.5. ЕН, базирани на радиовълни

Този тип ЕН генерират нужната енергия чрез преобразуването на високочестотни електромагнитни полета (RF Energy Harvesting). Основният им блок е комбинация на антена с токоизправителен прибор (диод на Шотки или полеви транзистор с плаващ гейт), наречена *rectenna*. Съществено предимство са големите стойности на КПД, които могат да достигнат 90 %. Тъй като електромагнитните полета са реално навсякъде, тези ЕН могат да се използват и за захранване на сензори с малка консумация на произволни места.



а) източници на електромагнитно излъчване

### о излъчване б) базова структура [61] Фиг. 1.16. Радиочестотни ЕН

Също така устройства от подобен тип се използват за захранване на имплантируеми сензори, които не позволяват вграждане на батерии, а позволяват извършване на измервания и предаване на информация само при подаване на сигнал от специализирано излъчващо устройство [83].



### а) принцип на действие

б) реален сензор

Фиг. 1.17. Имплантируем сензор за вътреочно налягане с захранване тип RF [83] 1.4.6. Пиезоелектрични ЕН

Наименованието им (Piezoelectric EH) се дължи на използването на правия и обратен пиезоефект. При деформирането на пиезоелектрически материали по техните повърхнини се появяват електрически заряди (прав пиезоефект – фиг. 1.18). При поставяне на пиезоелектрически материали в електрическо поле, те се деформират (обратен пиезоефект) – фиг. 1.18, като при промяна на посоката на външното електрическо поле се променя и знака на възникналата деформация.

Идея за най-разпространената структура на пиезоелектричен вибрационен ЕН е дадена на фиг. 1.20, а). Към вибриращ детайл се закрепена пружинираща греда с пиезоелектрически материал нанесен на някоя от страните й, като тежест (инерционна маса) се закрепва в края (фиг. 1.20, а) [39]. Габаритите на гредата и тежестта се избират така, че честотата на механичен резонанс на системата да съвпада с тази на вибрациите (обикновено между няколко Нz и няколко стотици Hz) за получаване на максимална електрическа енергия, като амплитудата е от няколко микрона до няколко милиметра.

Съществуват и разновидности на тази конструкция, като се усложнява структурата на гредата (фиг. 1.20, б) [99], с цел увеличаване на честотния диапазон, в който се работи за получаване на електрическата енергия. Мощността на ЕН е между няколко стотици *uW* и

няколко десетки *mW*, като това практически зависи линейно от амплитудата и честотата на вибрациите. Обемът на ЕН е между няколко ст<sup>3</sup> и 100 ст<sup>3</sup>, а теглото – няколко десетки грама. Съществуват и други конструкции за вибрационни пиезоелектрични харвестери, но най-често те са предназначени за специфични честотни диапазони.





а) базова форма на гредова конструкция [39] б) усложнена форма на конструкцията [99] Фиг. 1.20. Вибрационен пиезоелектричен ЕН

Съществуват и разновидности на тази конструкция, като се усложнява структурата на гредата (фиг. 1.20, б) [99], с цел увеличаване на честотния диапазон, в който се работи за получаване на електрическата енергия. Мощността на ЕН е между няколко стотици uW и няколко десетки mW, като това практически зависи линейно от амплитудата и честотата на вибрациите. Обемът на ЕН е между няколко сто<sup>3</sup> и 100 ст<sup>3</sup>, а теглото – няколко десетки грама. Съществуват и други конструкции за вибрационни пиезоелектрични харвестери, но най-често те са предназначени за специфични честотни диапазони.

Представеният на фиг. 1.21 пиезоелектричен харвестер е предназначен за събиране на енергия от ниско интензивни вибрации (с ускорение по-малко от 0,25 g) при ниски честоти като самият той е с миниатюрни размери и се изготвя по MEMS технология [90]. Реално представлява миниатюризирана и изключително специализирана версия на гредовата конструкция, но има няколко резонансни честоти, на които може да работи в зависимост от броя на създадените спирални извивки [90].







а) MEMS структура б) резултати за първи хармоник в) резултати за втори хармоник Фиг. 1.21. Специализиран пиезоелектричен ЕН [90]

1.4.7. ЕН, използващи енергията на човешкото тяло

При този тип EH енергията се осигурява от човешкото тяло (като се има предвид, че това не са харвестери за имплантиране, а те или закрепват по някакъв начин за човешкото тяло или се възползват от човешките движения), като съществуват пасивни и активни EH. Вторите оперират в специфичен режим с цел получаване на електрическа енергия, докато при първите тя е естествено отделяната от организма и се очаква от тях да се получават следните типични мощности: няколко W при ходене, няколко десети от W при движение на ръцете и дишане, няколко W от топлината на тялото и няколко десети от W от кръвното налягане. Например чрез РZT EH, вграден в обувки е получена мощност до десетина *mW*, като се очакват приложения за зарядни устройства и портативни прибори. Чрез електромагнитни EH също в обувките е получена мощност няколко десети от W. Правят се опити за ползване на енергията при натискане на клавишите на лаптопи за зареждане на акумулатора им.

Типичен пример е пиезоелектрически ЕН, монтиран в обувка, който трансформира механичната енергия, произтичаща от човешкото движение в електрическа енергия [113]. Този ЕН има специална конструкция тип "сандвич" с малка дебелина което го прави лесно съвместим с обувка, като има висока производителност и трайност. Пиезоелектричните ЕН трансформират механичната енергия в електрическа директно, като по този начин техните структури за по-компактни и по-прости в сравнение с други видове ЕН.

Проектират се основно по два начина:

- Първият вид се състои от многослоен PVDF слой, армиран със структура от твърди инженерни пластмаси, с цел висока изходна мощност.
- Вторият вид е проектиран като стелка, състояща се структурно от гъвкав силиконов каучук и два многослойни PVDF филма, което я отличава с висок комфорт.



### Фиг. 1.22. Структура на вградения ЕН за повишена мощност [113]

Серията от експерименти на устройствата доказва, че ЕН може да се използва за захранване на устройства с ниска мощност и е добра алтернатива като заместител на батериите [113].



а) Схема на гъвкав ЕН

б) Краен вид на вградения ЕН

Фиг. 1.23. Схема на гъвкав ЕН [113]

Вторият ЕН за вграждане в обувка е проектиран под формата на стелка (фиг. 1.23, б) и може да бъде разделен на три части. Първата и втората част имат "сандвич" структура и събират енергията с помощта на два 8-слойни PVDF филма. Подобно на нееластичния ЕН, първата част служи за улавянето на енергията, образувана от натиска на петата. Втората част се използва за събиране на енергията разсеяна от огъването на обувката. Третата част е разположена под форникса на крака, където силата на натиск е най-малка, и там е разположена схемата и устройството за съхранение на енергия. Горната и долната плочи са изработени от смес от силикон и гума, чиято твърдост е много по-малка от твърдите пластмаси използвани в първия представен ЕН.

### 1.5. Избор на ЕН за осъществяване на захранващ източник

Принципно при избора на система за ЕН трябва да се има предвид както обема на изходната енергия, която ще се добива, така и преобразувателния механизъм, на който ще се базира действието на системата. В Табл. 1.3 са дадени типичните проблеми и параметри на разработените към момента ЕН системи.

Енергиен източник	Предизвикателство	Типично електрическо съпротивление	Обичайно напрежение	Обичайна изходна мощност
Светлина	Интегриране в малки площи; широки диапазони на входното напрежение	Зависи от осветяването от няколко kΩ до десетки kΩ	DC: от 0,5 до 5 V (зависи от броя елементи в матрицата)	10 μW – 15 mW
Вибрации	Вариация на вибрационните честоти	Постоянно съпротивление: десетки до стотици кΩ	АС: десетки V	$1 \ \mu W - 20 \ mW$
Температурен градиент	Малки температурни разлики; ефективно отвеждане на топлината	Постоянно съпротивление: от 1 Ω до стотици Ω	DC: от десетки mV до 10 V	0,5 mW – 10 mW (температурна разлика 20 °C)
Индуктивни и радиовълнови	Свързване и изправяне	Постоянно съпротивление: няколко kΩ	AC: от 0,5 V до 5 V (варира от разстоянието и мощността)	Широк диапазон

Табл. 1.3: Типични параметри на съвременни ЕН системи

На фиг. 1.23 са дадени типичните източници на вторична енергия и приложенията, за които тя може да бъде използвана.







Фиг. 1.25. Диаграма на мощността и напрежението за различни видове харвестери [21]

Както се вижда, изходната мощност на ЕН зависи от механизма на преобразуване на енергия. Към настоящия момент активно се разработват в по-голяма степен основаните на пиезоелектрични преобразуватели ЕН системи, тъй като вибрационните явления се срещат изключително често в производството и бита, а също така имат подчертано "паразитен" характер за повечето дейности. От фиг. 1.25 се вижда също така, че пиезоелектричните харвестери имат една от най-големите области на приложение и фактически са едни от най-универсалните харвестери [21], които могат да се прилагат за събиране енергия. Очевидно е, че по отношение на мощността (Power Density) и стойностите на получаваното напрежение, пиезоелектричните харвестери се явяват едни от най-приложимите устройства за събиране на електрическа енергия.

### 1.6. Изводи от литературна справка

След направения литературен обзор се вижда, че един от най-перспективните начини за събиране на остатъчна ("отпадъчна") енергия е чрез пиезоелектрични преобразуватели (фиг. 1.25) [21]. Те са изключително подходящи при наличието на вибрационни и компресионни явления, които са достатъчно разпространени в производството и бита. Поради тази причина за обект на изследване на настоящата разработка са избрани пиезоелектричните вибрационни харвестери от гредови тип (cantilever) като акцент се поставя на дву- и много-слойните устройства от този тип. Теоретично двуслойните структури повишават получаваната електрическа мощност два пъти, тъй като могат да се разглеждат като два харвестера с еднакви габарити, работещи в паралел, но тъй като двата активни слоя са свързани, те си оказват взаимно влияние, което трябва да се опише и изследва.

### ГЛАВА ВТОРА – ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИ МЕТОДИ ЗА МОДЕЛИРАНЕ НА ПИЕЗОЕЛЕКТРИЧНИ ЕНЕРГИЙНИ ХАРВЕСТЕРИ

Представянето на енергийните харвестери чрез еквивалентни схеми е от голямо значение за моделирането на цялостната система за събиране на енергия, която включва както енергийния преобразувател, така и подходящия електрически интерфейс. Тук основната цел е да се проектира поведенчески модел, описващ ЕН чрез аналитична изчислителна процедура с оглед на основните параметри на пиезоелектрическите елементи, както и тези на материалите, включени в тяхната структура. Моделирането има за цел да определи електромеханичните характеристики на пиезоелектрическите елементи в статични и динамични работни режими, като теоретично се извеждат зависимостите между електрическите и механичните параметри.

Пиезоелектрическите енергийни харвестери са гредови конструкции [101] за преобразуване на енергията на механичните вибрации. Типичен пиезоелектрически ЕН е униморфна или биморфна гредова система, прикрепена към някакъв вид вибрационна конструкция [7, 48, 49, 50, 88]. В много случаи като активна среда се използва пиезоелектрична керамика (обикновено PZT) [60]. Гредовата конструкция е типичен случай на вибрационен ЕН, който може да се разглежда като особен случай на компресионният вид харвестери, подлаган само на динамични външни усилия.

В процеса на моделиране на пиезоелектрични среди се използват различни методи за моделиране, тъй като те описват, обясняват и прогнозират процесите и явленията във физическата реалност. Има няколко метода за описване на заобикалящите явления, които са класифицирани по отношение на обозначението на модела (фиг. 2.1). Класификацията е свързана с относително прости модели, тъй като при по-сложните обикновено се използват едновременно няколко от изброените методи за моделиране [1]. Целта на по-голямата част от съвременните научни изследвания е използването на модели на основата на математически или физически системи от уравнения, които отразяват реалните физични явления с определена точност.



Фиг. 2.1. Класификация на обикновените методи за моделиране

Описанието на системите, които имат взаимопресичащи се физически домейни (области), а именно механичните и електрическите в случая на пиезоелектрическите среди, се извършва най-често чрез модели от аналогичен тип, които описват обекта и модела с диференциални уравнения от един и същ вид. Механично-електрическите аналогии се обуславят чрез намиране на връзки между променливи в едната област, които имат математическо изражение, идентично на променливите в другата област, като не съществува универсално приложим метод. Теоретично са възможни многобройни аналогии, но има две широко използвани аналогии: резистивна (импедансна) аналогия и аналогия на подвижността. Резистивната аналогията разглежда силата и напрежението като аналогични, докато аналогия на подвижността съпоставя сила и ток. Често срещан избор е да се вземат като аналогични двойки променливи, чието произведение изразява някаква мощност. В резистивната аналогия силата и скоростта са аналогични на напрежението и тока съответно.

Обикновено вибрационните ЕН се описват чрез чисто динамични модели по отношение на времевата област, за разлика от компресионните, които трябва да бъдат представени навелнъж със статични и динамични модели. Гредовите конфигурации на пиезоелектричните ЕН могат да бъдат разделени на unimorph (еднослойни – мономорфни) и multimorph (обикновено двуслойни, биморфни – bimorph) [6, 66] според използвания брой слоеве на активна среда. Unimorph или monomorph е гредови ЕН, който се състои само от един активен слой и вероятно един неактивен слой, който обикновено се прилага със структурна цел, докато полиморфните структури включват множество активни слоеве и (евентуално) няколко неактивни слоя [53, 74].

Еднослоен пиезоелектричен ЕН и моделни допускания 2.1.

Еднослойният ЕН може да се разглежда като гредова система, състояща се от един активен и един неактивен слоеве. При пиезоелектричен активен слой, деформация в него може да бъде предизвикана от прилагането на електрическо поле, като тази деформация предизвиква огъващо изместване или в обратния случай механичната деформация може да предизвика натрупване на електрически заряди по границите на пиезоелектричната среда. Неактивният слой може да бъде произведен от непиезоелектричен материал. На фиг. 2.2 е показана примерна структура на еднослоен ЕН. Предполага се, че гредата на ЕН се възбужда от движението на основата му. Векторът на движението се състои от два компонента движението на основата в напречна посока на слоя (g(t)) и малката ротация на основата (h(t)).

Представената конфигурация може да се разглежда като еднородна съставна греда, описвана от теорията на Ойлер-Бернули [14, 28]. Предполага се, че възникващите деформации са относително малки и техните характеристики са почти линейни (нелинейните ефекти от втория ред са пропуснати), за да се зададе твърдо механичното поведение на съставната структура като линейно-еластично [91, 92].



Фиг. 2.2. Еднослоен пиезоелектрически ЕН при транслационни и малки ротационни движения на основата

Тук механичните загуби са взети предвид чрез включване на вътрешни и външни амортизационни механизми. Предполага се, че вътрешният амортисьорен механизъм е под формата на независимо от деформационния процес демпфиране (или Kelvin-Voigt тип), а външното (или въздушното) амортизиране е обозначено със свой коефициент на демпфиране.

Т.е. двата ефекта на амортизация се третират чрез два отделни коефициента на затихване. Предполага се, че пиезокерамичният и подструктурният слой са перфектно свързани помежду си, така че няма относително плъзгане между равнините им. ЕН, показан на фиг. 2.2, е свързан към електрическата верига чрез електроди от двете страни на РZT слоя. Предполага се, че електродите са много тънки в сравнение с общата дебелина на ЕН, така че приносът им към дебелината е незначителен и следователно се приема, че присъстват само подструктурата и пиезокерамичният слой. Предполага се също, че електрическото поле е равномерно по дължината на гредата поради това, че електродната двойка е идеално проводима и покрива изцяло горната и долната повърхност на пиезокерамичния слой. Простата електрическа верига се състои само от резистивен товар, обозначен с R<sub>L</sub> на фиг. 2.2 [20, 24, 26, 32, 57, 87] и електрическата мощност може непрекъснато да се извлича чрез резистивния товар. Вътрешното утечно съпротивление на РZT слоя може също да бъде включено в електрическата верига. Утечното съпротивление на пиезокерамиката се пренебрегва, тъй като то е много по-високо от товарното съпротивление и обикновено е свързано паралелно на товара. На фиг. 2.2, капацитетът на РZT материала се счита за подразбиращ се за пиезоелектричния слой и следователно не е представен като вътрешен елемент, свързан паралелно на резистивния товар.



*Физ 2* 

Фиг. 2.3. Сечение на еднослойния ЕН

2.1.1. Свързано механично уравнение с разпределени параметри и модален анализ на еднослоен ЕН

На фиг. 2.3, а) е показано напречното сечение на съставната мономорфна греда от фиг. 2.2, където *b* е ширината на гредата,  $h_P$  е дебелината на слоя РZT и  $h_S$  е дебелината на слоя на подструктурата. За да се намери положението на неутралната ос на съставното напречно сечение, може да се използва добре известна процедура [97], която изисква трансформиране на напречното сечение в хомогенно напречно сечение с общ модул на Юнг, както е показано на фиг. 2.3, б). РZT се приема като основен материал за трансформираното напречно сечение и съотношението на модулите на Юнг се определя като  $n = Y_s/Y_p$ , където  $Y_s$  е модулът на Юнг за субструктурния слой, а  $Y_p$  е модулът на РZT слоя, като индексите и индексите *p* и *s* означават съответно пиезоелектричния и подструктурния слой. В трансформираното напречно сечение ширината на слоя на подструктурата се увеличава, ако корелацията  $Y_s > Y_p$  е вярна или се намалява, ако  $Y_s < Y_p$ . На фиг. 2.3, б) се приема, че е налице типичният случай на корелация Ys > Yp. Параметрите, дефинирани на фиг. 2.3, б) и следователно положението на неутралната ос, по отношение на началните параметри на фиг. 2.3, а) и съотношението на модулите *n*, могат да бъдат получени [97], като се използват съотношенията:

$$h_{pa} = \frac{h_p^2 + 2nh_p h_s + nh_s^2}{2(h_p + nh_s)}, \ h_{sa} = \frac{h_p^2 + 2h_p h_s + nh_s^2}{2(h_p + nh_s)}, \ h_{pc} = \frac{nh_s(h_p + h_s)}{2(h_p + nh_s)},$$
(2.1/

където  $h_{pa}$  е разстоянието от началото на РZT слоя до неутралната ос,  $h_{sa}$  е разстоянието от края на субструктурния слой до неутралната ос и  $h_{pc}$  е разстоянието от средата на пиезоелектричния слой до неутралната ос.

Приема се, че гредовата система се възбужда поради движение в мястото на закрепване. Ако напречното движение и малката ротация в основата са представени съответно от g(t) и h(t), /фиг. 2.2/, това движение  $w_b(x, t)$  на гредата може да бъде представено [102]:

$$w_b(x,t) = g(t) + xh(t).$$
 (2.2)

След това главното уравнение за движението може да бъде изразено [33, 59] като:

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + c_s I \frac{\partial^5 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial w_{rel}(x,t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial t^2} = -m \frac{\partial^2 w_b(x,t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial w_b(x,t)}{\partial t}, \qquad (2.3)$$

където  $w_{rel}(x, t)$  е напречното отклонение на гредата спрямо основата й, M(x, t) е вътрешния огъващ момент,  $c_s I$  е еквивалентното демпфиращо произведение за съставното сечение, дължащо се на структурната вискозо-еластичност ( $c_s$  е еквивалентния коефициент за деформационно-относителното затихване и I е еквивалентния инерционен момент на съставното сечение),  $c_a$  е коефициента за флуидно-вискозното затихване и m е маса за единица дължина на гредата.

Вътрешният момент *М*(*x*, *t*) се дава [59, 102] както следва:

$$M(x,t) = YI \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t), \qquad (2.4)$$

където YI е огъваща якост за съставното сечение,  $\vartheta$  е коефициент на взаимовръзка и v(t) е напрежението, индуцирано в пиезоелектричния РZT слой.

Произведението за огъваща якост *YI* на съставното сечение при условие, че хомогенно електрическо поле е приложено на пиезоелектричния слой, е:

$$YI = b \frac{Y_s(n_b^3 - n_a^3) + Y_p(n_c^3 - n_b^3)}{3}.$$
 (2.5/

Геометричните параметри *h<sub>a</sub>*, *h<sub>b</sub>* и *h<sub>c</sub>* описват позиции и могат да бъдат изразени като:

$$h_a = -h_{sa}, h_b = h_{pa} - h_p, h_c = h_{pa}$$
 /2.6/

Коефициентът на обратна взаимовръзка  $\mathcal {P}$  може да бъде представен като:

$$\vartheta = \frac{Y_p d_{31} b}{2h_p} \left( h_c^2 - h_b^2 \right), \tag{2.7}$$

където  $d_{31}$  е пиезоелектричната деформационна константа [60]. Посоката на аксиалната деформация е означена като I, а посоката на поляризация – като 3 и те съответно съвпадат с посоките x и y, съответно. Масата за единица дължина m може да бъде получена от:

$$m = b(\rho_s h_s + \rho_p h_p), \qquad (2.8)$$

където  $\rho_s$  and  $\rho_p$  са съответно специфичните плътности на подструктурата и пиезоелектричния материал.

Тъй като се приема, че електродите и пиезоелектричния слой заемат цялата дължина на гредата, показан на фиг. 2.2, уравнението /2.4/ може да бъде пренаписано както следва:

$$M(x,t) = YI \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t) [H(x) - H(x-L)], \qquad (2.9)$$

където L е дължина на гредата. В зависимостта /2.9/, независимо, че РZT слоя и електродите покриват гредата по цялата дължина, функцията на Хевисайд е свързана с втория член в /2.9/, за да се гарантира, че това произведение ще се третира като променлива, когато изразът за вътрешния момент се използва в диференциалното уравнение за движение, дадено от /2.3/. Следователно, използвайки /2.9/ в /2.3/, се получава механичното уравнение на движението заедно с електрическата взаимовръзка във вида:

$$YI\frac{\partial^4 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4} + c_S I\frac{\partial^5 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial w_{rel}(x,t)}{\partial t} + m\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial t^2} + \vartheta v(t) \left[\frac{d\delta(x)}{dx} - \frac{d\delta(x-L)}{dx}\right] = -m\frac{\partial^2 w_b(x,t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial w_b(x,t)}{\partial t},$$

$$(2.10)$$

където  $\delta(x)$  е делта-функцията (функция на Дирак) и удовлетворява условието [38, 80]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^{(n)}\delta(x-x_0)}{dx^{(n)}} f(x)dx = (-1)^n \frac{df^{(n)}(x_0)}{dx^{(n)}}.$$
(2.11/

Изразът на с разпределени параметри /2.10/ представлява уравнение за механично движение с включване на електрическата взаимозависимост. Въз основа на предположението за пропорционално затихване (или модално затихване) и следвайки стандартния метод за разширение на модалните [36, 42, 54, 105], относителното вибрационно движение на гредата може да бъде представено чрез абсолютно и равномерно сближаващи се серии от собствени функции като [19, 108]:

$$w_{rel}(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) \eta_r(t).$$
 (2.12)

където  $\phi_r(x)$  и  $\eta_r(t)$  съответно са масово нормализирана собствена функция и модално координатната функция за закрепена в единия край греда за  $r^{-ти}$  хармоник. Тъй като системата е пропорционално амортизирана, собствените функции са нормираните по маса собствени функции за съответното решение за неограничени свободни вибрации, дадени от [19, 34]:

$$\phi_r(x) = \sqrt{\frac{1}{mL}} \Big[ \cosh \frac{\lambda_r}{L} x - \cos \frac{\lambda_r}{L} x - \sigma_r \left( \sinh \frac{\lambda_r}{L} x - \sin \frac{\lambda_r}{L} x \right) \Big], \qquad (2.13)$$

където  $\lambda_r$  е безразмерният честотен параметър за даден хармоник. Трябва да се отбележи, че дадените по-горе отношения /2.13/, /2.14/ и /2.15/ са валидни за закрепена в единия край греда (cantilever beam) без допълнителна маса, прикрепена към свободния край. Наличието на подобна маса ще повлияе не само на собствената масова функция, но също така и дясната страна на отношение /2.3/, тъй като инерцията на възможната маса ще допринесе изменения в деформацията на гредата в подобен случай. Ефектът от допълнителната маса на върху получената формулировка на основния проблем с гредовото движение може да бъде намерен чрез [27, 33, 50].

Нормираната по маса форма на собствените функции, дадена от /2.13/, отговаря на следните условия на ортогоналност:

$$\int_{x=0}^{L} m\phi_s(x)\phi_r(x)dx = \delta_{rs}, \int_{x=0}^{L} YI\phi_s(x)\frac{d^4\phi_r(x)}{dx^4}dx = \omega_r^2\delta_{rs}$$
(2.16)

Индексите *r* и *s* в отношението /2.16/ обозначават на кой режим съответстват функцията и стойността. Променливата  $\delta_{rs}$  е делтата на Кронекер (Kronecker delta), която е равна на **нула**, когато  $r \neq s$  и единица при r = s, а  $\omega_r$  е неамортизираната собствена натурална честота за  $r^{-тн}$  хармоник, дадена от израза:

$$\omega_r = \lambda_r^2 \sqrt{\frac{\gamma_I}{mL^4}} \,. \tag{2.17}$$

Използвайки израза /2.12/ в частното диференциално уравнението за движение (/2.10/) заедно с условията за ортогоналност (/2.16/), може да се получи електромеханично свързаното обикновено диференциално уравнение за модалната реакция на гредата [64], както следва:

$$\frac{d^2\eta_r(t)}{dt^2} + 2\zeta_r \omega_r \frac{d\eta_r(t)}{dt} + \omega_r^2 \eta_r(t) = N_r(t) - \chi_r v(t) , \qquad (2.18)$$

където променливата  $\chi_r$  е модално свързващо произведение, дефинирано като

$$\chi_r = \vartheta \left. \frac{d\phi_r(x)}{dx} \right|_{x=L} \tag{2.19}$$

и променливата  $\zeta_r$  е механичния демпфиращ коефициент, определен като:

$$\zeta_r = \frac{c_s I \omega_r}{2YI} + \frac{c_a}{2m\omega_r}$$
 (2.20/

и който включва ефектите от двата специфични вида амортизация – деформационноотносителното и вискозно-флуидното затихване [33].

От израза /2.20/ става ясно, че деформационното затихване се приема за пропорционално на огъващата якост на гредата, докато вискозно-флуидното демпфиране се приема за пропорционално на масата, разпределена по дължина на гредата. За да се получат пропорционалните коефициенти на затихване  $c_s I$  и  $c_a$ , може да се използва следната матрична форма [102]:

$$\begin{bmatrix} c_s I \\ c_a \end{bmatrix} = \frac{2\omega_j \omega_k}{\omega_j^2 - \omega_k^2} \begin{bmatrix} \frac{\gamma_I}{\omega_k} & -\frac{\gamma_I}{\omega_j} \\ -m\omega_k & m\omega_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_j \\ \zeta_k \end{bmatrix}.$$
(2.21/

/2.22/

Модалната "принудителна" механична функция (в /2.18/) може да бъде изразена като:

$$N_r(t) = N_r^m(t) + N_r^c(t).$$

Вътрешният  $(N_r^m)$  и на възбудителното затихване  $(N_r^c)$  оператори са дадени съответно от следните изрази:

където.

$$\gamma_r^w = \int_{x=0}^L \phi_r(x) dx, \gamma_r^\theta = \int_{x=0}^L x \phi_r(x) dx.$$
(2.24/

Ако въздействието поради външното затихване на средата (която обикновено е въздух) е незначително в сравнение с вътрешното възбуждане (т.е.  $N_r^c(t) \ll N_r^m(t)$ ), то може просто да бъде зададено да бъде равно на нула ( $N_r^c(t) = 0$ ). В такъв случай уравнението /2.22/ се свежда само до първия член.

Показаните досега уравнения се отнасят изключително към механичната област на системата за събиране на енергия, но получаването на подходящ модел изисква включването на електромеханична аналогия, която се използва за изобразяване на взаимната връзка между механичните и електрическите домейни.

# 2.1.2. Свързващо уравнение за електрическа верига на пиезокерамичен слой при динамични усилия

За да се получи уравнението за електрическата част заедно с механичната взаимовръзка, трябва да се разгледа съответната част от пиезоелектричните основни уравнения [29, 60]:

$$D_3 = d_{31}T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3, (2.25)$$

където  $D_3$  е електрическото изместване,  $T_1$  е аксилното усилие в пиезоелектрическия слой,  $E_3$  е компонента на електрическото поле и  $\varepsilon_{33}^T$  е компонента на диелектрическата проницаемост при постоянно усилие. Аксиалното усилие  $T_1$  може да се изрази като произведение на огъващата деформация  $S_1$  и модулът на Юнг на пиезоелектрика ( $Y_p = \frac{1}{s_{11}^E}$ , където  $s_{11}^E$  е еластичното съответствие при постоянно електрическо поле) [60]:

$$T_1^{\hat{p}} = Y_p(S_1^p - d_{31}E_3).$$
 (2.26/

За използване на израз /2.26/ в /2.25/, е необходимо замяната на компонентата на проницаемост с проницаемост при константна деформация [60]:

$$\varepsilon_{33}^{S} = \varepsilon_{33}^{T} - d_{31}^{2} Y_{p} \implies \varepsilon_{33}^{T} = \varepsilon_{33}^{S} + d_{31}^{2} Y_{p}.$$
(2.27/

След представяне на електрическото поле в пиезоелектричния слой като напреженов пад върху него ( $E_3(t) = v(t)/h_p$ ) и замествайки изразите /2.26/ и /2.27/ в отношението /2.25/, се получава следното уравнение:

$$D_3(x,t) = d_{31}Y_p S_1(x,t) - \varepsilon_{33}^S \frac{v(t)}{h_p}.$$
(2.28/

Средната огъваща деформация за позиция x и време t в пиезоелектричния слой може да бъде изразена като функция на разстоянието  $h_{pc}$  от центъра на слоя до оста на неутралност и кривината на гредата за позиция x и време t с уравнение /2.29/ [29]:

$$S_1(x,t) = -h_{pc} \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial^2 x}.$$
(2.29/

Тогава израз /2.28/ се изменя както следва:

$$D_3(x,t) = -d_{31}Y_p h_{pc} \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial^2 x} - \varepsilon_{33}^S \frac{v(t)}{h_p}.$$
(2.30/

Както е известно, генерираният в пиезоелектричната среда електрически ток може да се изрази като i(t) = dq(t)/d, където q(t) е зарядът, натрупващ се в пиезоелектричния слой (и събиран от електродите). Зарядът може да се получи чрез интегриране на електрическото изместване за площта на електродите [29, 60]:

$$q(t) = \int_{A} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n} d\boldsymbol{A} = -\int_{x=0}^{L} \left( d_{31} Y_{p} h_{pc} b \frac{\partial^{2} w_{rel}(x,t)}{\partial^{2} x} + \varepsilon_{33}^{S} b \frac{v(t)}{h_{p}} \right) dx, \qquad (2.31)$$

където D е векторът на електрическото изместване, n е външната нормала и A е площта на електродите.

Но тъй като ненулевите произведения на тези вектори са тези в посока 3 (т.е., по посока на у-оста), генерираният в пиезоелектричния слой ток може да бъде изразен като:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\int_{x=0}^{L} d_{31} Y_p h_{pc} b \frac{\partial^3 w_{rel}(x,t)}{\partial^2 x \partial t} dx - \frac{\varepsilon_{33}^S b L}{h_p} \frac{dv(t)}{dt}.$$
 (2.32/

Генерираният ток е двукомпонентна функция, като първата компонента се дължи на вибрационното движение на гредата (интегралната част), а втората отразява появата на напреженов пад в пиезоелектричния слой. Втората компонента представя влиянието на вътрешния статичен капацитет на пиезоелектричния слой. Токът може да бъде изразен:

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_l}.$$
 /2.33/

Тъй като отношенията /2.32/ и /2.33/ представят една и съща променлива (електрическият ток), тяхното изравняване ще даде уравнението за електрическия домейн, както следва:

$$\frac{\varepsilon_{33}^{S}bL}{h_{p}}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_{l}} = -d_{31}Y_{p}h_{pc}b\int_{x=0}^{L}\frac{\partial^{3}w_{rel}(x,t)}{\partial^{2}x\partial t}dx.$$
(2.34)

Утечното пиезоелектрично съпротивление (обикновено обозначавано като  $R_p$ ) също трябва да се вземе под внимание. За тази цел е достатъчно да се приеме, че електродите са свързани към еквивалентен резистивен товар  $R_{eq}$  вместо към товара  $R_l$ . В такъв случай (когато се използва  $R_{eq}$  вместо  $R_l$ ), уравнението /2.34/ се трансформира както следва:

$$\frac{\int_{33}^{S} bL}{h_p} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_{eq}} = -d_{31}Y_p h_{pc} b \int_{x=0}^{L} \frac{\partial^3 w_{rel}(x,t)}{\partial^2 x \partial t} dx.$$
(2.35/

Изразът /2.35/ е уравнението с разпределени параметри, свързващо електрическия и механическия домейни. изразът /2.35/ е обикновено диференциално уравнение от първи ред за

v(t), чиито времево зависещи променливи са функция на относителното вибрационно движение. Модалната разширена форма на напречната вибрационна реакция, дадена от /2.13/, може да бъде заменена в /2.35/ и ще даде като резултат следното:

$$\frac{\varepsilon_{33}^{S}bL}{h_{p}}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_{eq}} = \sum_{r=1}^{\infty} k_{r} \frac{d\eta_{r}(t)}{dt} \quad \text{или} \quad \frac{\varepsilon_{33}^{S}bL}{h_{p}}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_{p}} + \frac{v(t)}{R_{l}} = \sum_{r=1}^{\infty} k_{r} \frac{d\eta_{r}(t)}{dt}, \quad (2.36)$$

където  $k_r$  е модален свързващ коефициент (свързващ коефициент, представящ влиянието на механичния домейн върху електрическия) в уравненията на електрическата част. Правият коефициент k<sub>r</sub> се дава като:

$$k_r = -d_{31}Y_p h_{pc} b \int_{x=0}^{L} \frac{d^2 \phi_r(x)}{dx^2} dx = -\overline{e}_{31} h_{pc} b \frac{d \phi_r(x)}{dx} \Big|_{x=L}.$$
(2.37)

Параметърът  $\overline{e}_{31}$  е представен като произведение на пиезоелектричната деформационна константа  $d_{31}$  като  $\overline{e}_{31} = \frac{d_{31}}{s_{11}^E}$  [60, 134]. Резистивният товар  $R_l$  обикновено е по-малък от  $R_p$  $(R_l \ll R_p)$ , следователно  $R_{eq} \approx R_l$  [30].

Възможно е да се представи електрическата част от двойната (електро-механична) система чрез израз /2.36/ със проста еквивалентна схема както е показано на фиг. 2.4.



електрическа верига на еднослоен пиезоелектричен ЕН

Пиезоелектричният елемент може да бъде представен като комбинация от електрически елементи по няколко начина [43, 70]. Еквивалентът на Нортон обикновено се използва при описание на елемента като токов източник свързан паралелно на собствения си капацитет (алтернативно е представянето на Тевенин, където елементът се представя чрез волтов източник, свързан последователно на собствения си капацитет).

В допълнение собственото (утечно) съпротивление може да бъде добавено в паралел към капацитета. По този начин опростената схема, показана на фиг. 2.4 може да бъде смятана за пълна по отношение на електрическия домейн в случай на константен резистивен товар. Това представяне описва само електрическия домейн, тъй като електромеханичното описание на двойната система всъщност трябва да бъде трансформаторно по природа поради обратната връзка на напрежението към механичния домейн в резултат на пиезоелектричната взаимовръзка. Компонентите на представената схема са собствените капацитет С<sub>р</sub> и съпротивление  $R_p$  на пиезоелектрически слой, резистивния товар  $R_l$  и токовия източник  $i_p(t)$ . Законите на Кирхоф могат да бъдат приложени към електрическата верига, показана на фиг. 2.4, което ще даде следния израз:

$$i_p(t) = C_p \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_p} + \frac{v(t)}{R_l}.$$
(2.38/

Собственият капацитет и параметрите за токовия източник могат да бъдат получени чрез приравняване на изрази /2.36/ и /2.38/, като в сила са следните зависимости [115]:

$$C_p = \frac{\varepsilon_{33}^S bL}{h_p}, R_p = \varrho_p \frac{h_p}{bL}$$
(2.39/

$$i_p(t) = \sum_{r=1}^{\infty} k_r \frac{d\eta_r(t)}{dt}.$$
 (2.40/

Параметърът  $\rho_p$  е специфичното съпротивление на пиезоелектричния слой.

#### Моделиране на биморфни пиезоелектрични ЕН 2.2.

2.2.1. Двуслойни (биморфни) конфигурации и моделни приемания при използване на разпределени параметри



а) последователно свързване на слоевете

в) сечение на

б) паралелно свързване на слоевете двуслойна структура Фиг. 2.5. Конфигурации на двуслойни пиезоелектрични ЕН

В зависимост от токовите или напреженовите изисквания, пиезоелектричните слоеве на симетричен биморф могат да бъдат комбинирани последователно или паралелно [101]. Всяка от двете двуслойни конфигурации, показани на фиг. 2.5, претърпява огъващи вибрации поради движението на основата си (закрепения край). Предполага се, че пиезоелектричните слоеве са идентични, а техните проводящи електроди покриват напълно съответните повърхности на тези слоеве (отгоре и отдолу). Моментните деформации на огъване в горния и долния слой в произволно положение *x* по дължината на гредата са в противоположност (т.е. единият слой е обтегнат, докато другият е компресиран). В резултат на това, тъй като пиезоелектричните слоеве на биморфа, показани на фиг. 2.5, а), са поляризирани в противоположни посоки съпосочно на дебелината (т.е. в посока *z*), тази конфигурация представлява последователно свързване на пиезоелектричните слоеве. По същия начин, фиг. 2.5, б) представя паралелното свързване на пиезоелектричните слоеве, тъй като слоевете са поляризирани в една и съща посока. Конфигурацията на фиг. 2.5, а) продуцира по-голямо напрежение, докато тази на фиг. 2.5, б) индуцира по-голям ток при оптимални условия.

Параметрите от фиг. 2.5, са: дължината на гредата – L, ширината – b, дебелината на единичен пиезоелектричен слой –  $h_p$ , добавена маса на свободния край –  $M_t$ , електрическо товарно съпротивление –  $R_l$ , напреженов пад върху товара съответно за случаите на последователно и паралелно свързване –  $v_{ser}(t)$  и  $v_{par}(t)$ .

Симетричните двуслойни гредови конфигурации, показани на фиг. 2.5, се моделират като еднородни съставни греди, базирани на гредовата теорията на Ойлер-Бернули. Приема се, че равнинните учасатъци остават равнини по време на вибрационното движение и ефектите от срязваща деформацията и въртящата се инерция се пренебрегват. Това е обосновано, тъй като гредовите ЕН са проектирани като тънки греди [34].

2.2.2. Обобщени свързани механични уравнения и модални съотношения за гредови биморфи

От механична гледна точка двете двуслойни конфигурации, показани на фиг. 2.5, са идентични, т.е. те имат еднакви геометрични и материални свойства. Разликата е в ефекта на обратната пиезоелектрична връзка в гредовото уравнение, който е различен при последователно и успоредно свързване (поради фундаменталните пиезоелектрически уравнения) на пиезоелектрическите слоеве. Първоначално трябва да бъдат представени унифицирани свързващи механични уравнения и зависимости за двуслойни ЕН. Впоследствие те ще бъдат специфицирани за двата случая на свързване. С предположението, че движението на основата за всеки от ЕН, показано на фиг. 2.5, е представено чрез премествания g(t) в напречна посока с насложено малко въртене h(t), ефективното изместване на ос новата  $w_b(x,t)$  в напречна посока в позиция x и времето t може да се опише подобно на случая за еднослоен (/2.2/) и съответно фундаментално уравнение се преобразува в следния израз [31]:

$$-\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + c_s I \frac{\partial^5 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial w_{rel}(x,t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial t^2} = -[m + M_t \delta(x - L)] \frac{\partial^2 w_b(x,t)}{\partial t^2},$$
(2.41)

където  $w_{rel}(x,t)$  е напречно преместване на гредата (на неутралата) относително точката на прикрепване в позиция x и време t. В зависимост от използваната двуслойна конфигурация,  $w_{rel}(x,t)$  се отбелязва съответно като  $w_{rel}^{ser}(x,t)$  или  $w_{rel}^{par}(x,t)$  за последователно или паралелно свързване. M(x,t) е вътрешния огъващ момент,  $c_s$  е деформационно-скоростния коефициент на амортизиране (под формата на произведението  $c_sI$  за съставната структура, където I е еквивалентния инерционен момент за площта на съставното сечение),  $c_a$  е флуидния вискозоеластичен коефициент на затихване, m е масата за единица дължина на гредата,  $M_t$  е допълнителната маса в свободния край и  $\delta(x)$  е делта-функцията. След заместване на M(x, t) в /2.41/ с единния вътрешен огъващ момент [20], уравнението на механичното движение и електрическата взаимовръзка може да бъде представено в следната аналитична форма:

$$YI\frac{\partial^4 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4} + c_s I\frac{\partial^5 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial w_{rel}(x,t)}{\partial t} + \frac{m(\partial^2 w_{rel}(x,t))}{\partial t^2} + \vartheta v(t)\frac{d\delta(x)}{dx} - \frac{d\delta(x-L)}{dx} = -[m + (2.42)]\frac{\partial^2 w_b(x,t)}{\partial t^2},$$

където  $\mathcal{G}_{ser}$  или  $\mathcal{G}_{par}$ ) е коефициент на обратна зависимост, който зависи от начина на свързване на пиезоелектричните слоеве и може да бъде определен от пиезоелектричната константа по усилие  $\bar{e}_{31}$  и геометрията на гредата. В израза /2.42/, v(t) е напреженовия пад върху резистивния товар (т.е.  $v(t) = v_{ser}(t)$  на фиг. 2.5, а) и  $v(t) = v_{par}(t)$  на фиг. 2.5, б). Производната на делта-функцията ( $\delta$  в /2.42/) е резултат от въвеждането на праговата функция на Хевисайд, необходима поради факта, че коефициентът на пиезоелектрична връзка е само функция на времето. Произведението за якостта на огъване YI на съставното напречно сечение, в условията на равномерно разпределено електрическо поле в пиезоелектричния слой е функция на еластичната твърдост  $\bar{c}_{11}^{E}$ , модула на Юнг за подструктурния слой  $Y_s$  и геометричните свойства, и следователно може да се изрази като:

$$YI = \frac{2b}{3} \left[ Y_s \frac{h_s^3}{8} + \bar{c}_{11}^E \left( \left( h_p + \frac{h_s}{2} \right)^3 - \frac{h_s^3}{8} \right) \right].$$
 (2.43)

Трябва да се отбележи, че еластичната константа за пиезоелектрическия слой може да се изрази като  $\bar{c}_{11}^E = 1/s_{11}^E$ , където  $s_{11}^E$  е еластична гъвкавост при равномерно разпределено електрическо поле.

Параметърът маса *m* може лесно да бъде изчислен въз основа на геометрията и съответните плътности ( $\rho_p$  и  $\rho_s$ ) на пиезоелектрическите и подструктурните слоеве  $h_p$  и  $h_s$ :

$$m = b(\rho_s h_s + 2\rho_p h_p).$$

/2.44/

Ако се приеме пропорционално затихване (или модално затихване) [34], вибрационната реакция спрямо основата на биморфа (фиг. 2.5) може да бъде представена като конвергентна сума от собствени функции, подобно на израза /2.12/.

Собствените функции в настоящия случай са нормализираните по маса собствени функции за съответните незатихващи свободни вибрации:

$$\phi_r(x) = A_r \left[ \cos \frac{\lambda_r}{L} x - \cosh \frac{\lambda_r}{L} x + \varsigma_r \left( \sin \frac{\lambda_r}{L} x - \sinh \frac{\lambda_r}{L} x \right) \right]$$
(2.45)

с модална константа  $\varsigma_r$ , която се определя като:

$$\varsigma_r = \frac{\sin\lambda_r - \sinh\lambda_r + \lambda_r \frac{M_t}{mL} (\cos\lambda_r - \cosh\lambda_r)}{\cos\lambda_r + \cosh\lambda_r - \lambda_r \frac{M_t}{mL} (\sin\lambda_r - \sinh\lambda_r)},$$
(2.46/

където собствената стойност λ<sub>r</sub> на системата са решенията на базовото уравнение:

1 + cos $\lambda$ cosh $\lambda$  +  $\lambda \frac{M_t}{mL}$ (cos $\lambda$ sinh $\lambda$  - sin $\lambda$ cosh $\lambda$ ) -  $\frac{\lambda^3 I_t}{mL^3}$ (cosh $\lambda$ sin $\lambda$  + sinh $\lambda$ cos $\lambda$ ) +  $\frac{\lambda^4 M_t I_t}{m^2 L^4}$ (1 - cos $\lambda$ cosh $\lambda$ ) = 0. /2.47/ В израз /2.47/,  $I_t$  е инерционния момент на допълнителната маса  $M_t$ , закрепена на свободния

в израз /2.4//,  $I_t$  е инерционния момент на допълнителната маса  $M_t$ , закрепена на своюодния край.  $R^{-momo}$  решение на /2.46/ съответства на  $r^{-mu}$  вибрационен режим. Предполага се, че електрическото поле E (напрежението) върху пиезоелектрическите слоеве е равномерно разпределено (например при късо съединение), тъй като модалният анализ на гредата не включва външни сили, както е в случая на индуцирано външно усилие. Влиянието на инерционния момент за допълнителната маса  $I_t$  често може да се пренебрегне, т.е.  $I_t = 0$  поради относително малката си стойност, което опростява израза /2.47/.

Модалната амплитудна константа *A<sub>r</sub>* може да се определи чрез нормализиране на собствените функции според някое от следните условия на ортогоналност:

$$\int_{0}^{L} \phi_{s}(x) m \phi_{r}(x) dx + \phi_{s}(L) M_{t} \phi_{r}(L) + \left[ \frac{d\phi_{s}(x)}{dx} I_{t} \frac{d\phi_{r}(x)}{dx} \right]_{x=L} = \delta_{rs}, \qquad (2.48)$$

$$\int_{0}^{L} \phi_{s}(x) YI \frac{d^{4}\phi_{r}(x)}{dx^{4}} dx - \left[\phi_{s}(x)YI \frac{d^{3}\phi_{r}(x)}{dx^{3}}\right]_{x=L} + \left[\frac{d\phi_{s}(x)}{dx}YI \frac{d^{2}\phi_{r}(x)}{d^{2}x}\right]_{x=L} = \omega_{r}^{2} \delta_{rs}, \qquad (2.49)$$

$$\int_{0}^{L} \frac{d^{2}\phi_{s}(x)}{d^{2}x} Y I \frac{d^{2}\phi_{r}(x)}{d^{2}x} dx = \omega_{r}^{2} \delta_{rs}.$$
(2.50/

Трябва да се отбележи, че изпълнението на някое от тези условия автоматично изпълнява останалите и индексите r и s в изразите /2.48–2.50/ индицират разглежданите режими. Параметърът  $\delta_{rs}$  е делтата на Кронекер и недемпфираната естествена честота  $\omega_r$  на  $r^{-mus}$  вибрационен хармоник в условия на късо съединение може да бъде получена от израза /2.17/.

Следващата стъпка е да се преобразува уравнение /2.42/ с помощта на израза /2.12/, което ще даде следното за всеки режим на вибрация:

$$YI\frac{d^{4}\phi_{r}(x)}{dx^{4}}\eta_{r}(t) + c_{s}I\frac{d^{4}\phi_{r}(x)}{dx^{4}}\frac{d\eta_{r}(t)}{dt} + c_{a}\phi_{r}(x)\frac{d\eta_{r}(t)}{dt} + m\phi_{r}(x)\frac{d^{2}\eta_{r}(t)}{dt^{2}} + \vartheta v(t)\left[\frac{d\delta(x)}{dx} - \frac{d\delta(x-L)}{dx}\right] = -[m + M_{t}\delta(x-L)]\frac{\partial^{2}w_{b}(x,t)}{\partial t^{2}}.$$
(2.51/

Трябва да се отбележи, че *п<sup>-та</sup>* разпределена производна на делта-функцията (на Дирак) удовлетворява условието [38, 80]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^{(n)}\delta(x-L)}{dx^{(n)}} \phi_r(x) dx = (-1)^n \frac{d^{(n)}\phi_r(x)}{dx^{(n)}}\Big|_{x=L}.$$
(2.52/

Уравнението на механичното движение (/2.51/) в крайна сметка може да бъде написано в неговата модална форма, включвайки изразите /2.40/ и /2.52/ в него и прилагащо някое от условията за ортогоналност (/2.48–2.50/), както е показано по-долу:

$$\frac{d^2\eta_r(t)}{dt^2} + 2\zeta_r \omega_r \frac{d\eta_r(t)}{dt} + \omega_r^2 \eta_r(t) = f_r(t) - \chi_r(t)v(t), \qquad (2.53)$$

където модалния коефициент на електромеханична взаимозависимост  $\chi_r$  се дава от израза /2.19/.

За да се опише поведението на модалната система по отношение на изместването на основата g(t), изместването трябва да бъде изразено като сила. Това е представено от  $f_r(t)$  в /2.53/, където се получава модалната механична времева функция:

$$f_r(t) = -m\left(\frac{d^2g(t)}{dt^2}\int_0^L \phi_r(x)dx + \int_0^L \frac{d^2h(t)}{dt^2}\phi_r(x)dx\right) - M_t\phi_r(L)\left(\frac{d^2g(t)}{dt^2} + L\frac{d^2h(t)}{dt^2}\right).$$
(2.54)

Параметърът  $\zeta_r$  в /2.53/ е модалното механично затихване, което включва комбинираните ефекти от двата вида затихване. За случая без маса на върха ( $M_t = 0$ ), модалното затихване може да бъде изчислено въз основа на предположението за пропорционално затихване (/2.20/ и /2.21/). В повечето случаи обаче е по-практично експериментално да се определи  $\zeta_r$  за желания хармоник директно от измерванията за честотната характеристика или времевата област [26].

Прилагането на този подход избягва необходимостта от дефиниране и получаване на физическите амортизационни параметри  $c_s I$  и  $c_a$ .

2.2.3. Свързващо уравнение за електрическа пиезоелектричен слой при огъващи вибрации



а) свързване на един слой



верига

на

единичен

еквивалентна

б) съответна електрическа верига Фиг. 2.6. Двуслойна структура, свързана към резистивен товар

За да се получат основните уравненията за електрическия домейн на двуслойните конфигурации за последователното и успоредното свързване на пиезоелектричните слоеве, първо е необходимо да се изследва електрическата динамика на един слой при огъващи се вибрации. В такъв случай (показан на фиг. 2.6, а)) електродите на един слой са свързани към резистивен електрически товар.

Тъй като огъването на гредата се явява всъщност едноизмерно, съответното пиезоелектрично уравнение [60], даващо вектора на електрическите измествания, може да бъде редуцирано до скаларно представяне. Това е вярно, ако пиезоеластичното поведение на тънката монолитна структура трябва да се моделира като тънка греда въз основа на гредовата теория на Ойлер-Бернули или теорията на Рейли [60]. Единственият ненулев компонент на напрежение в настоящия случай е  $T_1$  (компонент на усилие в аксиална посока), така че:

$$T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 0. (2.55)$$

Заедно с това опростяване, ако двойката електроди покрива повърхности, перпендикулярни на посока 3, конститутивно уравнение може да се запише като:

$$\begin{cases} S_1 \\ D_3 \end{cases} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & d_{31} \\ d_{31} & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{cases} T_1 \\ E_3 \end{cases},$$
 (2.56/

което може също да се представи като:

$$\begin{bmatrix} s_{11}^{E} & 1\\ -d_{31} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1}\\ D_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -d_{31}\\ 0 & \varepsilon_{33}^{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{1}\\ E_{3} \end{bmatrix}.$$
(2.57/

Следователно следното скаларно уравнение ще бъде използвано за представяне на електрическото изместване:

$$D_3 = -\bar{e}_{31}S_1^p + \bar{e}_{33}^S E_3, \qquad (2.58)$$

където  $D_3$  е компонента на електрическото изместване,  $\bar{e}_{31}$  е ефективната пиезоелектрична константа за усилие (може да се изрази чрез по-често използваната пиезоелектрична деформационна константа  $d_{31}$  като  $\bar{e}_{31} = d_{31}/s_{11}^E$ ),  $\bar{e}_{33}^S$  е компонента за диелектрична проницаемост при константна деформация ( $\bar{\varepsilon}_{33}^S = \bar{\varepsilon}_{33}^T - d_{31}^2/s_{11}^E$  където  $\varepsilon_{33}^T$  е проницаемостта константно усилие [60]),  $S_1^p$  е аксиалната деформационна компонента в при пиезоелектрическия слой и се дължи само на огъването.

Подобно на еднослойния случай и уравненията за него /2.25÷2.31/, от интегралната форма на закона на Гаус изходният електрически ток се изразява [60]:

$$\frac{d}{dt}\left(\int_{A} \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dA\right) = \frac{v(t)}{R_{l}},$$
(2.63)

където A е площта на електродите, D е векторната матрица на електрическото изместване в пиезоелектрическия слой и **n** е външната нормала. Тъй като електродите са перпендикулярни на посока 3 (т.е. посока z), единственият принос за вътрешното произведение в интеграла в (2.63) е от  $D_3$ . Това означава, че ненулевите членове на векторите са само тези в посока 3. Заместването на израза /2.62/ във отношението /2.63/ и интегрирането на електродната област водят до следното уравнение с разпределени параметри за електрическата верига:

$$\frac{\bar{e}_{33}^{S}bL}{h_{p}}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{Lb}{\varrho_{p}h_{p}}v(t) + \frac{v(t)}{R_{l}} = -\bar{e}_{31}h_{pc}b\int_{x=0}^{L}\frac{\partial^{3}w_{rel}(x,t)}{\partial x^{2}\partial t}dx.$$
(2.64)

След това формата на модално разширение на напречната вибрационна реакция, давана от /2.12/, може да се използва за получаване на следното:

$$\frac{\bar{\varepsilon}_{33}^{S}bL}{h_{p}}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{Lb}{\varrho_{p}h_{p}}v(t) + \frac{v(t)}{R_{l}} = \sum_{r=1}^{\infty}k_{r}\frac{d\eta_{r}(t)}{dt},$$
(2.65/

където  $k_r$  е коефициент на взаимозависимост в модална форма в уравнението на електрическата верига (т.е.  $k_r$  е коефициент на пряка взаимовръзка поради директния пиезоелектричен ефект) и може да бъде изразен като:

$$k_r = -\bar{e}_{31}h_{pc}b\int_0^L \frac{d^2\phi_r(x)}{dx^2}dx = -\bar{e}_{31}h_{pc}b\frac{d\phi_r(x)}{dx}\Big|_{x=L}.$$
(2.66)

Според израза /2.64/, възбуждането на разгледаната тук проста схема, както и тази на посложните топологии за събиране на енергия [50, 89], е пропорционално на интеграла от динамичното деформационно разпределение в областта на електрода. За режимите на вибрация на съставната греда, различни от първия хармоничен режим, динамичното разпределение на деформациите по гредовата дължина променя знака си в деформационните възли [38].

Поради по-голямата му стойност в сравнение с товарното съпротивление и поради факта, че е включено паралелно на него, утечното съпротивление на пиезоелектричния материал в погорните разглеждания и уравнения е пренебрегнато. Ефектът от това съпротивление може да бъде отчетен, ако бъде използвано еквивалентното товарно съпротивление Req като паралелна комбинация на пиезоелектричното утечно съпротивление  $R_p$  и товарното съпротивление  $R_l$ , където  $R_l \ll R_p$ , откъдето  $R_{eq} \approx R_l$ .

Въз основа на израза /2.65/, електрическият домейн на свързаната система може да бъде представен чрез еквивалентната схема, показана на фиг. 2.6, б). Тази еквивалентна схема съответства на двуслоен ЕН с един слой, свързан към резистивен товар.

Прилагането на законите на Кирхоф към показаната електрическа верига води до:

$$C_p \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_p} + \frac{v(t)}{R_l} = i_p(t).$$
 (2.67/

Определянето на собствените капацитет  $C_p$  и съпротивление  $R_p$ , както и на израза за токовия източник  $i_p(t)$ , се основава на изразите /2.65/ и /2.67/ и прецедента за еднослоен случай (един активен слой). Тези термини могат да бъдат записани точно като изрази /2.39/ и /2.40/.

Идентифицирането на тези параметри има важно приложение при моделирането на полиморфни пиезоелектрически ЕН [5, 14, 24]. По този начин, за даден брой идентични пиезоелектрични слоеве, не е необходимо да се извежда уравнението за електрическата верига, като се използва конститутивното уравнения и закона на Гаус, даден от изразите /2.63/ и /2.64/. Всеки пиезоелектричен слой ще има еднакви капацитет, съпротивление и източник на ток, като слоевете могат да бъдат свързани към резистивен товар(-и) във всяка конфигурация.

2.2.4. Аналитични свързани модели за двуслойна конфигурация със серийно свързани пиезоелектрични слоеве

При последователна връзка на активните слоеве и използвана обобщената модална форма на основното механично уравнение за движение /2.53/ в модални координати [36, 42, 54, 105] е:  $d^2\eta$ 

$$\sum_{t=1}^{ser} \frac{d\eta_r^{ser}(t)}{dt} + 2\zeta_r \omega_r \frac{d\eta_r^{ser}(t)}{dt} + \omega_r^2 \eta_r^{ser}(t) + \chi_r^{ser}(t) v_{ser}(t) = f_r(t), \qquad (2.68)$$

тъй като параметъра за обратно модално свързване в израз /2.68/ се дава от /2.19/, в който се използва параметърът 9<sub>ser</sub> (обратния модален свързващ коефициент за последователно свързване) и който се определя, както следва:

$$\vartheta_{ser} = \frac{\bar{e}_{31b}}{2h_p} \left[ \frac{h_s^2}{4} - \left( h_p + \frac{h_s}{2} \right)^2 \right] = -\bar{e}_{31} b h_{pc}.$$
(2.69/

Модалната механична временна функция ( $f_r(t)$ ) е същата като тези, дадени от израза /2.54/. Що се отнася до модалното механично съотношение на затихване  $\zeta_r$ , може да се каже, че всички съображения за това съотношение са валидни и в многослойната конфигурация на ЕН. 2.2.4.1. Свързващо уравнение за електрическа верига



двуслойните пиезоелектрични слоеве, показани на фиг. 2.5, а), електрическата верига за двуслойния ЕН с последователно свързване между слоевете е представена на фиг. 2.7. Еквивалентната електрическа верига от фиг. 2.7 може да се разглежда като схематичен модел, състоящ се от две еднакви електрически вериги, свързани последователно. Всяка една от тези идентични вериги е същата като тези във фиг. 2.5, б) и моделира един от пиезоелектричните слоеве.

Имайки предвид идентичните характеристики на

Фиг. 2.7. Еквивалентна електрическа верига при

последователно свързани слоеве

След прилагане на законите на Кирхоф към еквивалентната схема на фиг. 2.7, тя може да бъде описана като:

$$\frac{c_p}{2}\frac{dv_{ser}(t)}{dt} + \frac{v_{ser}(t)}{2R_p} + \frac{v_{ser}(t)}{R_l} = i_p^{ser}(t).$$
 (2.70/

Собственият капацитет  $C_p$ , собственото съпротивление  $R_p$  и параметрите на токовия източник  $i_{p}^{ser}(t)$  (за всеки слой) са съответно:

$$C_p = \frac{\overline{\varepsilon}_{33}^{S}bL}{h_p}, R_p = \varrho_p \frac{h_p}{bL}, \ i_p^{ser}(t) = \sum_{r=1}^{\infty} k_r \frac{d\eta_r^{ser}(t)}{dt},$$
(2.71/

където коефициентът на модално връзка  $k_r$  е даден с израза /2.66/.

Алтернативно изразът /2.70/ може да бъде представен чрез еквивалентни параметри по следния начин:

$$C_p^{eq,ser}\frac{dv_{ser}(t)}{dt} + \frac{v_{ser}(t)}{R_{eq}^{ser}} = i_p^{ser}(t), \qquad (2.72)$$

където:

$$C_p^{eq,ser} = \frac{c_p}{2} = \frac{\bar{c}_{33}^s bL}{2h_p},$$
 (2.73/

е еквивалентният капацитет на два кондензатора (С<sub>р</sub>), свързани последователно.

Rea e квивалентното съпротивление на паралелно свързаното товарно съпротивлението към еквивалентните съпротивления на двата пиезоелектрични слоя:

$$R_{eq}^{ser} = R_l ||R_p^{eq,ser} = \frac{R_l R_p^{eq,ser}}{R_l + R_p^{eq,ser}},$$
(2.74)

където  $R_n^{eq,ser}$  е еквивалентното съпротивление на два последователно свързани резистора ( $R_p$ ).  $R_p^{eq,ser} = R$ 

$$R_p + R_p = 2R_p.$$
 /2.75/

Следователно изразът /2.70/ (или алтернативно /2.72/) е уравнението на електрическата верига, т.е. аналитичният модел на електрическата верига на двуслойния ЕН при последователно свързване на пиезоелектрическите слоеве.

В заключение може да се каже, че уравненията /2.68/ и /2.70/ (или /2.72/) представляват свързващите аналитични модели за модалната механична реакция  $\eta_r^{ser}(t)$  на биморфа и напреженовия пад vser(t) върху резистивния товар за последователното свързване на пиезоелектричните слоеве.

2.2.5. Свързващи аналитични модели за двуслойна конфигурация с паралелно свързани пиезоелектрични слоеве

2.2.5.1. Свързани уравнение на греда в модални координати

За да се вземе предвид конфигурацията на биморфа, е необходимо  $\eta_r(t)$ ,  $\chi_r(t)$  и v(t) да бъдат заместени съответно с  $\eta_r^{par}(t)$ ,  $\chi_r^{par}(t)$  и  $v_{par}(t)$  в обобщеното уравнение /2.53/. По този начин свързаното уравнение за греда в модални координати [36, 42, 54, 105] за случая на паралелно свързване може да бъде представено по следния начин:

$$\frac{d^2 \eta_r^{par}(t)}{dt^2} + 2\zeta_r \omega_r \frac{d \eta_r^{par}(t)}{dt} + \omega_r^2 \eta_r^{par}(t) + \chi_r^p(t) v_{par}(t) = f_r(t).$$
(2.76/

Коефициентът за модално обратно свързване  $\chi_r^{par}$  съответно се определя така:

$$\chi_r^{par} = \vartheta_{par} \frac{d\phi_r(x)}{dx} \Big|_{x=L}, \qquad (2.77)$$

където  $\vartheta_{par}$  е коефициентът на обратна модална връзка за паралелно свързване:

$$\vartheta_{par} = 2\vartheta_{ser} = -2\bar{e}_{31}bh_{pc}.$$
(2.78)

Модалната механична времева функция ( $f_r(t)$ ) се дава от израза /2.54/.

Следователно уравнение /2.76/ е свързаното уравнение на греда в модални координати за двуслойна конфигурация с паралелно свързани пиезоелектрични слоеве. Това уравнение може да се разглежда като аналитичен модел на гредата при предварително зададени условия. 2.2.5.2. Свързващо уравнение за електрическа верига

За да се получи математическият модел за електрическа част за двуслойна конфигурация с паралелно свързани пиезоелектрични слоеве, се поддържа предположението за пълна еднаквост на пиезоелектричните слоеве. Всеки от слоевете се представя от еквивалентната схема,

показана на фиг. 2.5, б). С тези приемания паралелната връзка на идентичните горни и долни пиезоелектрични слоеве на двуслойната конфигурация от фиг. 2.5, б), може да бъде представена от еквивалентна електрическа верига, показана на фиг. 2.8.



### Fig. 2.8. Еквивалентна електрическа верига за паралелно свързани пиезоелектрични слоеве След прилагане на законите на Кирхоф към еквивалентната схема, показана на фиг. 2.8, може да се напише следното уравнение:

$$C_p \frac{dv_{par}(t)}{dt} + \frac{v_{par}(t)}{R_p} + \frac{v_{par}(t)}{2R_l} = i_p^{par}(t), \qquad (2.79)$$

където  $C_p$ ,  $R_p$  и  $i_p(t)$  за всеки слой могат да бъдат представени както следва:

$$C_{p} = \frac{\overline{\epsilon}_{33}^{s}bL}{h_{p}}, R_{p} = \varrho_{p} \frac{h_{p}}{bL}, \ i_{p}^{par}(t) = \sum_{r=1}^{\infty} k_{r} \frac{d\eta_{r}^{par}(t)}{dt}.$$
 (2.80/

Коефициентът на модално свързване  $k_r$  е даден с израза /2.66/.

Схемното уравнение на веригата за случая на паралелно свързване (/2.79/) може да бъде преконфигурирано:

$$C_{p}^{eq,par} \frac{dv_{par}(t)}{dt} + \frac{v_{par}(t)}{R_{eq}^{par}} = i_{p}^{eq,par}(t),$$
(2.81/

Параметърът  $C_p^{eq,par}$  е еквивалентният капацитет на два кондензатора  $(C_p)$ , свързани паралелно и се получава от следния израз:

$$C_p^{eq,par} = 2C_p = \frac{2\bar{z}_{33}^s bL}{h_p}.$$
 (2.82/

Общото еквивалентно съпротивление  $R_{eq}^{par}$  е паралелната комбинация от  $R_l$  и  $R_p^{eq,par}$ , където  $R_n^{eq,par}$  е еквивалентното съпротивление на две съпротивления ( $R_p$ ), свързани паралелно:

$$R_{eq}^{par} = R_l ||R_p^{eq,par} = \frac{R_l R_p^{eq,par}}{R_l + R_p^{eq,par}},$$
(2.83/

където:

$$R_p^{eq,par} = R_p ||R_p = \frac{R_p}{2}.$$
 (2.84/

Токовият израз в уравнение /2.81/ може да се определи като:

 $i_p^{eq,par} = \sum_{r=1}^{\infty} 2k_r \frac{d\eta_r(t)}{dt}.$ 

Уравнението /2.79/ (или алтернативно /2.81/) може да се разглежда като аналитичен модел на електрическата част на двуслойния ЕН за паралелно свързани пиезоелектрични слоеве. Освен това може да се каже, че изразите /2.76/ и /2.79/ (или /2.81/) представляват свързаните аналитични модели за модалната механична реакция  $\eta_r^{par}(t)$  на биморфа и напреженовия пад *v<sub>par</sub>(t)* върху резистивния товар за паралелно свързани слоеве.

Решаването на уравненията /2.76/ и /2.79/ (или /2.81/) за  $\eta_r^{par}(t)$  и  $v_{par}(t)$ , съответно, изисква основният режим на възбуждане да бъде предварително определен.

2.2.6. Еквивалентна форма на аналитичните модели за серийно и паралелно свързване

За да се разработи унифициран схематичен модел на двуслойни ЕН в случаи с последователна и паралелна връзка между пиезоелектричните слоеве, е необходимо електромеханичните уравнения за двуслойните структури да бъдат представени в подходяща еквивалентна форма. За тази цел трябва да се използват еквивалентните електромеханични връзки, капацитетите и еквивалентните съпротивления.

Въз основа на съотношенията /2.68/ и /2.76/, механичното уравнение на движението може да бъде представено в неговата модална еквивалентна форма, както следва:

$$\frac{d^2\eta_r(t)}{dt^2} + 2\zeta_r\omega_r\frac{d\eta_r(t)}{dt} + \omega_r^2\eta_r(t) + \tilde{\theta}_r\nu(t) = f_r(t).$$
(2.86)

В допълнение, изразите /2.70 или 2.72/ и /2.79 или 2.81/ позволяват представянето на еквивалентните вериги, показани на фиг. 2.7 и фиг. 2.8, със следното еквивалентно уравнение: С

$$\sum_{p=1}^{eq} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_{e}^{eq}} + \frac{v(t)}{R_{l}} = \sum_{r=1}^{\infty} \tilde{\theta}_{r} \frac{d\eta_{r}(t)}{dt}.$$
(2.87)

След групиране на втория и третия член в израза /2.87/, това съотношение може алтернативно да бъде пренаписана като:

$$C_p^{eq} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_{eq}} = \sum_{r=1}^{\infty} \tilde{\theta}_r \frac{d\eta_r(t)}{dt},$$
(2.88/

където  $R_{eq} = R_l || R_p^{eq}$ .

Уравнения /2.86/ и /2.87/ (или алтернативно /2.88/) се разглеждат като еквивалентни електромеханични аналитични модели на пиезоелектричен двуслоен ЕН. В табл. 2.1 са обобщени аналитичните изрази за определяне на еквивалентните параметри на електромеханичните аналитични модели в зависимост от начина на свързване на слоеве.

В изрази /2.86/ и /2.87/ (или /2.88/)  $\eta_r(t)$  е модалният коефициент на механична реакция за напречното изместване, когато се използва в израз /2.12/, докато v(t) е напреженовият пад върху еквивалентното съпротивление  $R_{eq}$ . Но тъй като  $R_l \ll R_p$ , с достатъчна точност може да се счита, че  $v(t) \approx v_s(t)$ , за фиг. 2.5, а) и съответно  $v(t) \approx v_p(t)$ , за фиг. 2.5, б).

Що се отнася до еквивалентната електрическа схема за случай на еквивалентно представяне на случаите на последователно и паралелно свързване, може да се каже, че структурата на веригата е същата като тази, показана на фиг. 2.6, б). За да се адаптира тази еквивалентна схема към разглеждания случай, вместо  $C_p$  и  $R_p$  трябва да се използват  $C_p^{eq}$  и  $R_p^{eq}$  (от втората или третата колона на таблица 2.1 в зависимост от случая на свързване).

Еквивалентен	Свързване между пиезоелектричните слоеве		
параметър Последователно свързване		Паралелно свързване	
$ ilde{ heta}_r$	$\left\bar{e}_{31}bh_{pc}\frac{d\phi_r(x)}{dx}\right _{x=L}$	$-2\bar{e}_{31}bh_{pc}\frac{d\phi_r(x)}{dx}\Big _{x=L}$	
$C_p^{eq}$	$\frac{\bar{\varepsilon}_{33}^{s}bL}{2h_{p}}$	$\frac{2\bar{\varepsilon}_{33}^{s}bL}{2h_{p}}$	
$R_p^{eq}$	2 <i>R</i> <sub>p</sub>	$\frac{R_p}{2}$	
R <sub>eq</sub>	$R_l  2R_p$	$R_l  \frac{R_p}{2}$	

Таблица 2.1: Параметри по отношение на свързването на пиезоелектричните слоеве

#### Анализ и изводи

В настоящата глава са дадени физико-математическите основи за моделите на пиезоелектрически ЕН с гредови конфигурации. Има някои особености при описването на пиезоелектричната активна среда и многослойните гредови структури на разглежданите типове енергийни харвестери.

- 1. Въз основа на известните конститутивни уравнения на пиезоелектричната среда, първоначално е дефиниран аналитичен идеален модел за изследваните типове ЕН, който се базира на механично-електрическите аналогии, като външните механични сили са представени със съответните им електрически аналози и имат динамичен характер.
- За трансформиране на модела от идеален в реален се въвеждат допълнителни параметри, които отразяват реалния характер на процесите, протичащи в моделираните структури.
- Пиезоелектричната среда е представена чрез механично-електрически аналогии и е отразена в еквивалентни електрически вериги, които използват характерни параметри в поведението практическите конструкции на ЕН – а именно еднослойната (unimorph) и двуслойната (bimorph).
- 4. Предложените еквивалентни схеми и математическото описание на процеса са в основата на създадените модели, които отразяват спецификата на изследваните структури на ЕН в работен режим. Тези модели ще бъдат тествани за адекватност с предложената собствена симулационна методология.

### ГЛАВА ТРЕТА – ИЗСЛЕДВАНЕ И РАЗРАБОТВАНЕ НА МОДЕЛ ЗА СИМУЛАЦИОННО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ПИЕЗОЕЛЕКТРИЧНИ ЕН

### 3.1. Създаване на пиезоелектрически ЕН модел за симулационни изследвания

Въз основа на аналитичните модели може да се извърши схематично моделиране на двуслойни пиезоелектрични ЕН. Съответните модели могат да бъдат реализирани по различни начини, т.е. с схеми на различни нива.

Обобщената взаимовръзка между двете области (механична и електрическа) в пиезоелектрическите ЕН е представена на фиг. 3.1. Първият блок "*Механичен домейн*" представлява външното механично напрежение, докато блокът "*Електрически домейн*" показва поведението на съответната еквивалентна електрическа верига.





Пряката връзка между блоковете "Механичен домейн" и "Електрически домейн" е представена от блок "Права връзка". Този блок представя влиянието на механичната част върху електрическата част на модела. Блокът "Обратно свързване" представлява обратната връзка от електрическия домейн към механичния домейн поради генерирането на енергия.

Въз основа на математическия механизъм, разгледан в *Глава* 2, могат да бъдат предложени два вида модели на пиезоелектрически ЕН в зависимост от нивото на схематична реализация. *3.1.1. Модели на функционално ниво* 

Моделите от първи тип са от функционално ниво, където механизмът може да се разглежда като общ, независимо от броя или начина на свързване на пиезоелектричните слоеве. Всеки

блок от този модел изпълнява функция, съответстваща на определен етап от решаването на електромеханичните уравнения, описващи системата за събиране на енергия. Операциите, които трябва да се извършат в модела за решаване на електромеханичните уравнения на ЕН, са дадени от функционалния модел, показан на фиг. 3.2.



Фиг. 3.2. Обобщен функционален модел на система за събиране на енергия

Първият (входен) блок "Скорост" се използва за получаване на първата производна на функцията, чрез която се описва възбуждането на закрепения край (основата), тъй като тази производна всъщност дава скоростта на основата. Блокът "Ускорение" се използва за получаване на ускорението на основата, което е втората производна от възбуждането. Третият блок – "Форсираща функция  $f_r(t)$ " обслужва модалната механична времева функция  $f_r(t)$ , която се подава към блок "Решение за  $\eta_r(t)$ ", в който чрез прилагане на подходящ подход, свързаното модално механично уравнение на системата се решава по отношение на модалната механична амплитуда  $\eta_r(t)$ . Споменатият вход се модифицира в точка P от силовия принос поради напрежението, приложено върху пиезоелектричните слоеве, т.е. произведението на блока "Обратна връзка" се изважда от усилието  $f_r(t)$ . Първите четири блока представляват механичната част на ЕН, както е показано на фиг. 3.2.

Блокът "Собствена функция  $\phi_r(x)$ " извежда относителното изместване на свободния край, използвайки определената преди това собствена функция  $\phi_r(x)$ . Блокът "Производна на  $\eta_r(t)$ ", дава първата производна на модалната механична амплитуда, т.е.  $d\eta_r(t)/dt$ . Тази операция е необходима, тъй като източниците на ток в еквивалентните електрически вериги за пиезоелектричния слой зависят от тази производна. Блокът "Електрическа верига" представлява еквивалентната електрическа верига на съответния пиезоелектричен слой или начина на свързване на слоя, тъй като дава изходният напреженов пад върху пиезоелектрическата среда. Последният блок, обозначен като "Товарно съпротивление", се използва за представяне на товарното съпротивление на електромеханичната система. 3.1.2. Поведенческо моделиране на пиезоелектричен енергиен харвестер

Моделът на поведение за еднослоен пиезоелектрически ЕН се нуждае от точното определяне на операционните последователности, които съответстват на формирането и решаването на уравненията на аналитичния модел, както и на описващите математически уравнения. Това означава, че е възможно да се разработи процедура за схематично моделиране на поведението на ЕН въз основа на дадените математически изрази, които описват пиезоелектричната среда. Моделите на поведение могат да опишат подробно разглежданите процеси, но за системи с поголяма степен на сложност получените модели стават неудобно сложни. Поради тези причини моделите на поведение обикновено се използват заедно с моделите на функционално ниво, където моделите на поведение описват спецификата на отделните етапи на моделираните процеси, а функционалните модели – взаимовръзките и взаимозависимостите на етапите. Целта е да се създаде приложима процедура за адекватно описание на работните режими на структурите на пиезоелектрични ЕН.

3.1.3. Определяне на процедурата за моделиране на пиезоелектрически ЕН тип Unimorph

Процедурата за моделиране се отнася до случая за  $3^{-ти}$  вид възбуждане на основата (HBT), при който движението на основата се свежда само до напречно изместване (закрепването на гредата не се върти, т.е. h(t) = 0). Тя се състои от следните стъпки, които съответстват на етапите на изразите /2.12/, /2.18/ и /2.36/:

- Стъпка 1: Приемане, че процесът на изместване на основата  $w_b(t)$  (където  $w_b(t) = g(t)$ ) се явява входен за модела.
- Стъпка 2: Скоростта на основата се получава чрез диференциране на входното изместване по отношение на времето.

- Стъпка 3: Ускорението на основата се получава чрез диференциране на скоростта по отношение на времето.
- *Стъпка 4:* Преобразуване на ускорението на основата в променлива за вътрешно възбуждане на механична форсираща (времева) функция на израза /2.23/ (а) (с *h*(*t*) = 0).
- *Стъпка 5:* Преобразуване на скоростта на основата в демпфиращото възбуждане на модалната механична форсираща функция, използвайки израза /2.23/ (b) (с *h*(*t*) = 0).
- Стъпка 6: Определяне на променливата за модално свързване χ<sub>r</sub>, която описва връзката от електрическата към механичната система с използването на израз /2.19/.
- Стъпка 7: Формиране на дясната страна на модалното уравнение за движение (/2.18/) чрез сумиране на компонентите за механично възбуждане в съответствие с /2.23/ (а) и /2.23/ (b) (когато h(t) = 0) и изваждане от получената сума приноса от усилието на приложеното/индуцирано напрежение в пиезоелектричния слой (произведението  $\chi_r v(t)$ ).
- Стъпка 8: Решаване на модалното уравнение за движение (/2.18/) на модалната механична реакция на гредата.
- Стъпка 9: Намиране на първата производна на модалната механична реакция на гредата.
- *Стъпка 10:* Представяне на електрическия домейн на свързаната система чрез еквивалентна схема съгласно израз /2.36/ (еквивалентната схема се състои от модела на пиезоелектричния слой, свързан паралелно на съпротивлението на натоварване).
- *Стъпка 11:* Определяне на относителното изместване на свободния край за дадена стойност на *r* с помощта на уравнението /2.12/.

Трябва да се отбележи, че когато  $N_r^c(t) \ll N_r^m(t)$ , *Стъпка 5*, както и операциите, свързани с  $N_r^c(t)$ , могат да бъдат **пропуснати**, тъй като в такъв случай може да се приеме, че  $N_r^c(t)$  е нула. 3.1.3.1. *Multisim модел на пиезоелектричен еднослоен ЕН (тип – Unimorph)* 

Предложената процедура за моделиране е приложена под формата на структурноповеденчески модел, разработен за спецификата на програмната среда Multisim [127]. Разработеният схематичен модел за еднослоен пиезоелектрически ЕН е показан на фиг. 3.3.



Фиг. 3.3. Multisim модел на пиезоелектричен еднослоен ЕН (mun unimorph)

В модела изместването на основата  $\mathbf{w}_b(w_b(t), w_b(t) = g(t))$  се приема като входна величина, където физическия параметър метър е заменен на волт. Входното изместване се подава към диференциаторен блок, обозначен с  $D_1$ , който извежда първата производна на  $w_b(t)$ , т.е. скоростта на основата (която е  $j\omega Y_0 e^{j\omega t}$ ). Второто производно на  $w_b(t)$ , т.е. ускорението на основата ( $-\omega^2 Y_0 e^{j\omega t}$ ), се получава на изхода на диференциаторния блок, означен като **D**<sub>2</sub>. Моделът съдържа четири жиратора – G1, G2, G3 и G4. Всеки жиратор е представен от управляван от напрежение източник на ток (VCCS), където жирационната проводимост е вътрешната проводимост на VCCS. Жираторите  $G_1$  и  $G_2$  преобразуват съответно ускорението и скоростта на основата в компоненти на механичното възбуждане, използвайки изразите (2.23) (a) и (2.23) (b) при приемането, че h(t) = 0. Два компонента на механично възбуждане  $N_r^m$ и  $N_r^c$  са съответно маркирани като Nr m и Nr c. Силовият принос от приложеното/индуцирано напрежение в пиезоелектричния слой се моделира от жиратор G<sub>3</sub>. Приносът на сила съгласно (2.18) е  $\chi_r v$ , отбелязан на фиг. 3.3 като  $Xr_v(t)$ . Обратната връзка от електрическия към механичния домейн е моделирана чрез използването на жиратор  $G_3$ . Компонентите  $Nr_m$  и  $Nr_c$  се сумират и силата  $Xr_v(t)$  се изважда от резултата (има отрицателна стойност), т.е. приложени са законите на Кирхоф за токов възел, който е свързан през  $I \Omega$  резистор ( $R_I$ ) към маса. Получава се дясната страна на модалния израз за движение /2.18/, който след това се решава чрез блок на Лаплас, обозначен като LP, и описва механичната система като линейна система и в резултат дава модалната амплитуда  $\eta(t)$ . Диференциращият блок **D**<sub>3</sub> се използва за получаване на първата производна на модалната механична функция.

Както беше показано в ГЛАВА 2, пиезоелектричният слой може да бъде моделиран като сбор на източник на ток, вътрешен капацитет и вътрешно съпротивление, свързани по специфичен начин. В модела, показан на фиг. 3.3, източникът на ток за пиезоелектричния слой е представен от жиратор G<sub>4</sub>, който зависи от производната на  $\eta(t)$ , както е описано от израза /2.40/. Вътрешният капацитет и вътрешното съпротивление на слоя са съответно представени от променливите  $C_p$  и  $R_p$ . Пропорционалната връзка между относителното вибрационно движение на гредата и модалната й реакция се моделира от усилващия блок E<sub>1</sub>, разглеждан като двуизводен източник на напрежение, контролиран от напрежение (VCVS). Този блок преобразува модалната амплитуда  $\eta(t)$  в относително вибрационно движение на гредата чрез уравнение /2.12/.

Предложеният модел позволява да се симулира само един режим (т.е.  $r^{mu}$  хармоник) в даден момент. За оценка на повече режими едновременно или моделът трябва да бъде разширен. Преди да се използва моделът, трябва предварително да се изчислят няколко от параметрите му, като някои са с модален характер, а други без такъв.

Моделът включва както структурни (електронни) елементи (например R и C), така и функционални блокове (като диференциатори, жиратори и др.). Електронните елементи моделират структура за определена еквивалентна схема, докато функционалните блокове моделират определена характеристика в поведението на устройството. Всеки блок от модела се характеризира със специфичен подходящо зададен параметър. Необходимите настройки на параметрите за блоковете/елементите на модела са обобщени в Таблица 3.1.

Блок/елемент					
Име	Обозначение	Параметър	Стойност/Израз		
	$D_1$	Gain	1		
Диференциатор	$D_2$	Gain	1		
	D3	Gain	1		
	G1	Gain	$-m\int_{x=0}^{L}\phi_r(x)dx$		
Жиратор	G2	Gain	$-c_a \int_{x=0}^{L} \phi_r(x)  dx$		
	<b>G</b> 3	Gain	$-k_r$		
	G4	Gain	-Xr		
Функция на Лаплас	LP	<i>s</i> -variable Laplace expression/transfer function	$\frac{1}{(s^2 + 2\zeta_r \omega_r s + \omega_r^2)}$		
Блок усилване	$E_1$	Gain	$\phi_r(L)$		
Съпротивление	$R_1$	Resistance	1 Ω		
Собствено съпротивление	RP	Resistance	$ ho_P rac{h_P}{bL}$		
Собствен капацитет	СР	Capacitance	$\frac{\varepsilon_{33}^S bL}{h_P}$		

T C 21	Π	~	/	)
1 арлина 3 1	Папаметри за	і плоковете/	елементите на	модела
1 0000000000000000000000000000000000000	11 ap amenip a sa	0.1011000001110	0.10.1101111111111111111111111111111111	

3.1.3.2. Определяне на моделните параметри

Параметрите за Multisim модела трябва да бъдат изчислени предварително в някои специализирани математически софтуерни среди (например MatLab®, Wolfram Mathematica®, Mathcad®). В настоящия случай програмната среда на MatLab [131] се използва за първоначални изчисления при определяне на необходимите параметри.

За да се получат параметрите за множество вибрационни хармоници се използват символни променливи. Освен това собствената функция  $\phi_r(x)$  също е детерминирана като символна функция, което позволява да се извърши символното диференциране и символното интегриране на самата функция. В резултат на това първата производна  $d\phi_r(x)/dx$  и интегралът

 $\int_{x=0}^{L} \phi_r(x) \, dx$  също се получават под формата на символни функции.

Входните данни, които се състоят от геометричните, материалните и електромеханичните параметри на ЕН, се зареждат след завършване на символните операции. Предполага се също, че съотношенията на затихване  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$  за първите два хармоника са известни. Първоначално се изчисляват параметрите на модела, които не зависят от режима на вибрация (например *m*,  $R_p$ ,  $C_p$  и др.), като след това се избира вибрационен режим. Първият режим винаги трябва да бъде

избран заради влиянието му над изходните резултати.  $R^{-mo}$  решение на характеристичното уравнение /2.14/ съответства на  $r^{-mu}$  режим на вибрация. Решаването на характеристичното уравнение изисква за всеки корен да бъде дефинирано или началното приближение, или интервалът, в който се намира изчисленият корен. Тъй като корените се считат за точки, където функцията всъщност пресича, а не просто се допира до оста x, най-лесният и прецизен начин за определяне на първоначалното приближение на корените или интервалите, в които функцията променя знака си, е да се покаже функцията графично. Този подход се използва за решаване на израза /2.14/ за  $\lambda_r$ . Знаейки стойността на  $\lambda_r$  за  $r^{-mu}$  режим на вибрация, както и параметрите на ЕН, стойностите на  $\phi_r(L)$ ,  $d\phi_r(L)/dx$  и  $\int_{x=0}^{L} \phi_r(x) dx$  могат да бъдат изчислени с помощта на съответните символни изрази.



Фиг. 3.4. Блок-диаграма за изчисляване на моделните параметрите за ЕН – unimorph

Определят се стойностите на недемферирана натурална честота *ω<sub>r</sub>* и тези на променли-вите на модална връзка  $\chi_r$  и  $k_r$  за  $r^{-mu}$ режим. За да се получи стойността на механичното съотношение на затихване за третия хармоник или такъв от по-висок порядък (r > 2), пропорционалните коефициенти на затихване c<sub>s</sub>I и c<sub>a</sub> трябва да бъдат известни. Получаването на тези коефициенти от СВОЯ страна изисква познаване на натуралните честоти и модалните коефициенти затихване за два хармона ника. Тези два коефициента могат да бъдат определени с помощта на параметрите  $\omega_r$  and  $\zeta_r$  за първия и втория хармоник (т.е. за r = 1 и r = 2). След това двете уравнения, получени от израза /2.21/ (когато j = 1 and k = 2) дават константи на пропор-ционалност *с*<sub>s</sub>*I* и *с*<sub>a</sub>. След полу-чаване на стойностите на коефи-циентите  $c_a$  and  $c_s$ , може да се получи стойността на всяко неизвестно съотношение на затихване  $\zeta_r$ , използвайки /2.21/. Накрая се изчисляват стойно-стите за коефициентите  $m\gamma_r^w$  и  $c_a\gamma_r^w$  за получаване на компо-нентите на механично възбуж-дане, както и за коефициентите  $2\zeta_r \omega_r$  и  $\omega_r^2$  от лявата страна на уравнението за модално движение /2,18/.

Процедурата на изчисление се прилага за всички посочени режими, като се започне с първия режим (r = 1) и завърши с  $n^{-и_{9}}$  режим (r = n, където n е номерът на хармониците). Блокдиаграмата на процедурите, необходими за изчисляване на параметрите, използвани от Multisim модела, е показана на фиг. 3.4.

Разгледаната структура на пиезоелектричен ЕН има някои проблеми, свързани или с естеството на активната среда, или с използваните концепции в нейната разработка. Попроблемното явление е, че пиезоелектрическите устройства се характеризират с относително ниска плътност на тока, когато се използват в конфигурации на ЕН [2, 84, 104], тъй като импедансът на товара е в пряка връзка с получената електрическа мощност. Необходими са високоимпедансни електрически товари, които да се свържат към пиезоелектрични ЕН устройства, за да се получат сравнително забележими величини на напрежението. Един от начините за коригиране на този недостатък е свързването на няколко еднакви ЕН успоредно на една и съща основа.

3.1.4. Структурно-поведенчески Multisim модели за пиезоелектрически EH тип Bimorph

Моделирането на двуслойната структура следва установения механизъм за еднослоен ЕН, показан по-горе. Използвайки инструментите на софтуерната среда Multisim 14.0 от National Instrument [127], се предлагат структурно-поведенчески модели за оценка на поведението на пиезоелектричен двуслоен гредови ЕН.



Фиг. 3.5. Блок-диаграма на механизма за изчисляване на моделните параметри

Предложените модели се състоят от подобни функционални блокове и елементи, като структурно те се различават само по своите еквивалентни електрически вериги. Следователно трите модела функционират технически по подобен начин. Изместването на основата **w\_b**  $(w_b(t), w_b(t) = g(t))$  се разглежда като вход за моделите. Диференциращите блокове, обозначени като **D**<sub>1</sub> и **D**<sub>2</sub>, се използват, за да се получат съответно скоростта (dg/dt) и ускорението  $(d^2g/dt^2)$  на основата. Има пет жиратора (**G**<sub>1</sub>, **G**<sub>2</sub>, **G**<sub>3</sub>, **G**<sub>4</sub>, **G**<sub>5</sub>, но за последния модел – фиг. 3.8 има само един еквивалентен жиратор **G**<sub>eq</sub>, с който се заменят и двата жиратора **G**<sub>4</sub> и **G**<sub>5</sub> от серийните и паралелните модели) в структурата на Multisim моделите (фиг. 3.6÷3.8).

# 3.1.4.1. Определяне на моделните параметри

Блок-диаграмата на фиг. 3.5, която обобщава предложената процедура, показва операциите, които трябва да бъдат извършени, за да се получат стойностите на параметрите, необходими за градивни елементи и елементи на моделите, които ще бъдат разгледани по-долу.

Използвайки процедурните в програмна среда стъпки Multisim ca разработени три модела 38 двуслоен пиезоелектрически ЕН. Първите модела съответстват два на начините за свързване на пиезоелектричните споеве (последователно И паралелно свързване). Тъй като третият модел е схематично представяне еквивалентните на аналитични електромеханични модели на системата, той може ла ce разглежда като обобщен модел. приложим Този модел e В обобщеното проучване и за двата случая на свързване. на

3.1.4.2. Описание поведенческите модели

Предложените модели ce състоят от подобни функционални блокове елементи, И като структурно те се различават само своите еквивалентни по електрически вериги. Следователно трите модела функционират технически по подобен начин.

Жираторите се моделират подобно на еднослойната конструкция с помощта на контролирани от напрежение източници на ток (VCCS) За да се формира дясната страна на уравнението /2.53/, приносът на сила от напреженовия пад върху пиезоелектричните слоеве трябва да бъде изваден от силата  $f_r(t)$ . Тази операция се извършва в т. P и се моделира чрез закона на Кирхоф през резистор  $R_1$  към маса.

Изразът /2.53/ се решава за  $\eta_r(t)$  също от блок на Лаплас, който е обозначен като LP. В настоящия случай дясната страна на /2.53/ се подава към входа на блока на Лаплас и използваната честотна характеристика има вида  $1/s^2 + 2\zeta_r \omega_r s + \omega_r^2$ . Диференциращият блок **D**<sub>3</sub> извежда първата производна на модалната механична реакция  $\eta_r(t)$ . Що се отнася до пиезоелектричните слоеве, всеки един от тях може да бъде моделиран чрез източник на ток, собствен капацитет и собствено съпротивление, както е показано на фиг. 2.6, б).

За серийния и паралелния случай текущият източник за всеки слой е представен съответно от жиратор **G**<sub>4</sub> и **G**<sub>5</sub>. В последния модел източникът на ток се моделира от еквивалентен жиратор **G**<sub>eq</sub>. Съгласно израза /2.40/, изходният ток на всички тези жиратори зависи от производната  $d\eta_r(t)/dt$ . В Multisim моделите (фиг. 3.6÷3.8) собствения капацитет и собственото съпротивление са представени от  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $R_2$  и  $R_3$  (на фиг. 3.8, само  $C_{eq}$  и  $R_{eq}$ ). Напреженовите падове върху пиезоелектричните слоеве се осигуряват от двупосочните възли, обозначени като **v**+ и **v**-. За получаване на вибрационната реакция спрямо основата на биморфа, в моделите се използва блок **E**<sub>1</sub>. Този блок всъщност е напреженов източник, контролиран от напрежение (VCVS), който извежда относителното изместване на свободния край **w\_rel** (спрямо основата) в съответствие с израза /2.12/.

### 3.1.4.3. Multisim модел за ЕН с последователно свързване на пиезоелектричните слоеве

Схематичният модел, разработен на базата на изразите /2.68/ и /2.70/, е показан на фиг. 3.6. Основната разлика между модела тип unimorph и настощия е представянето на еквивалентната електрическа верига, която трябва да повлияе на обратното свързване на ЕН. Еквивалентната електрическа верига представлява двата пиезоелектрични слоя с две групи капацитивни и резистивни елементи ( $C_1$ ,  $R_2$  и  $C_2$ ,  $R_3$ ), като те са свързани последователно по отношение на приложеното/индуцирано напрежение.



Фиг. 3.6. Multisim модел на пиезоелектричен двуслоен ЕН с последователно свързване между пиезоелектрическите слоеве

3.1.4.4. Multisim модел за ЕН с паралелно свързване на пиезоелектричните слоеве

Разработването на модела за ЕН с паралелно свързване на пиезоелектричните слоеве се основава на използването на изразите /2.37/ и /2.40/. Multisim моделът, съответстващ на тази двуслойна конфигурация, е показан на фиг. 3.7. Еквивалентната електрическа верига е представена от еквивалентни елементи ( $C_1$ ,  $R_2$  и  $C_2$ ,  $R_3$ ), свързани паралелно по отношение на приложеното/индуцирано напрежение.



Фиг. 3.7. Multisim модел на пиезоелектричен двуслоен ЕН с паралелно свързване между пиезоелектрическите слоеве 3.1.4.5. Multisim електромеханично аналитичен модел с еквивалентно представяне

Въз основа на еквивалентните електромеханични аналитични изрази (/2.86/ и /2.87/) може да се разработи структурно-поведенчески модел, който е общ за двете конфигурации на ЕН. Разработеният за такъв случай (последователна и паралелна връзка) Multisim модел е представен на фиг. 3.8. В действителност за целите на симулацията могат да се използват всички предложени модели, но за по-гъвкав подход се препоръчва използването на последния модел, поради универсалният му характер, тъй като електрическото свързване между слоевете на биморфа може да бъде зададено за предварително определяне на необходимите математически изрази, който да се използва при изследването или симулациите.



Фиг. 3.8. Multisim обобщен модел на пиезоелектричен двуслоен гредови ЕН В Таблица 3.2 са обобщени данните относно компонентите (блокове и елементи) в структурите на трите модела. Всъщност показаната таблица изяснява предварителните данни за настройка за различни блокове и елементи на предложените модели. Таблица 3.2: Параметри за блоковете/елементите на модела

Гиомици 3.2. Париметри за олоковетелементите на мовела Блок/Елемент					
Име	Обозначение	Папаметър	Стойност/Изпаз		
FINC	D	Gain		1	
Лиференциатор	$D_1$	Gain	1		
диференциитор	<u> </u>	Gain		1	
	Gı	Gain		$-c_a \int_{x=0}^{L} \phi_r(x) dx$	
	G2	Gain		$-m\int_{x=0}^{L}\phi_r(x)dx$	
Жиратор	G3	Gain	$-\chi_r^s$	$-\chi_r^p$	$ \begin{aligned} \tilde{\theta}_r &= -\chi_r^s \\ \text{series connection} \\ \tilde{\theta}_r &= -\chi_r^p \\ \text{parallel connection} \end{aligned} $
	G4	Gain	$-k_r$	-kr	$ \begin{aligned} \tilde{\theta}_r &= -k_r \\ \text{series connection} \\ \tilde{\theta}_r &= -2k_r \\ \text{parallel connection} \end{aligned} $
	$G_5$	Gain	$-k_r$	$-k_r$	-
Функция на Лаплас	LP	s-variable Laplace expression/transfer function	$\frac{1}{(s^2 + 2\zeta_r \omega_r s + \omega_r^2)}$		
Блок усилване	$E_1$	Gain		$\phi_r(L)$	
Съпротивление	$R_1$	Resistance		1 Ω	
Собствено съпротивление	R2, R3, Req	Resistance	$R_2 = R_3 = R_p$	$R_2 = R_3 = R_p$	$R_{eq} = 2R_p$ series connection $R_{eq} = R_p/2$ parallel connection
Собствен капацитет	C2, C3, Ceq	Capacitance	$C_2 = C_3 = C_p$	$C_2 = C_3 = C_p$	$C_{eq} = C_p/2$ series connection $C_{eq} = 2C_p$ parallel connection

# **3.2.** Симулационен подход при изучаване поведението на пиезоелектричен биморфен харвестер (EH Bimorph)

3.1.5. Концепция на симулационния процес



поведението на пиезоелектрическия ЕН се основава на симулация и проверка на предложените модели в дадена програмна среда. Този подход може да се разглежда като комбинации от различни видове операции, тъй като всяка от тях трябва да се извърши на определен етап от симулационния процес. Концепцията на използваната симулационна процедура е показана на фиг. 3.9 и има линеен характер с общи параметри, които се нуждаят от предварителни изчисления по отношение на използвания вариант на модела и избрания честотен режим на работа.

Симулационното изследване на

Фиг. 3.9. Блок-диаграма на симулационните етапи

3.1.6. Етапи на симулация за изучаване на поведението на ЕН

Операциите, които се извършват на всеки етап от симулационното изследване, са подробно разписани по отношение на предложените модели на пиезоелектрически ЕН.

Етап 1: Определяне на симулационните условия

- 1. *Хармонично възбуждане на основата при липса на* ротация възбуждането на основата се счита за хармонично преместване в напречна посока и се приема, че основата на гредата не се върти (т.е. *h*(*t*) = 0 на фиг. 2.5).
- Пиезоелектричен гредови bimorph EH без/с допълнителна маса на свободния край когато конфигурацията на EH няма маса в края, очевидно удовлетворява условието M<sub>t</sub> = I<sub>t</sub> = 0, но ако има такава, тя трябва да се вземе предвид.
- 3. Параметри на гредовия двуслоен ЕН определяне на геометричните параметри и свойствата на материала на конкретната двуслойна конфигурация. Използваните за симулация параметри са дадени в Таблица 3.3 [121, 129].

Пореметри		0500000000	Единици		
	параметри		Пиезоелектрик	Субструктура	
	Дължина	L	mm	mm	
Геометрични	Широчина	W	mm	mm	
	Дебелина	$h_p, h_p$	mm	mm	
	Материал	—	piezoceramics	dielectric	
	Модул на якост	$\overline{c}_{11}^E, Y_s$	GPa	GPa	
Матариалии	Плътност	$ ho_p, ho_s$	kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	
материални	Материални Пиезоелектрична константа		C/m <sup>2</sup>	—	
	Диелектрична константа	$\frac{-s}{\varepsilon_{33}}$	nF/m	_	
	Съпротивление	$Q_p$	TΩm	—	

Таблица 3.3: Геометрични и на материалите параметри за симулационните изследвания

4. Честотен обхват – поведението на пиезоелектрическия ЕН може да бъде изследвано както в честотната, така и във времевата област. Домейнът, в който се изпълнява симулацията, зависи от желаните за получаване характеристики. Тъй като целта на настоящата работа е да се оценят електрическите и механичните функции в честотния домейн на пиезоелектрическия ЕН, симулационното проучване трябва да бъде приложено в честотен диапазон.

Етап 2: Задаване на симулационната среда – избрана е програмна среда, в която пиезоелектрическите ЕН, в тяхната схематична форма, да бъдат симулирани и това е софтуерът NI Multisim. Multisim® е усъвършенствана, стандартна за индустрията, най-добрата в класа си SPICE симулационна среда. В тази работа схематичното моделиране на пиезоелектричен гредови ЕН се извършва именно в избраната симулационна среда с цел пълното използване на вградения инструмент *Grapher* за визуализиране на резултатите от симулацията. Другото

съображение за избора на среда Multisim е способността му да симулира схематични представяния на предложените модели.

Етап 3: Зареждане на модела – на този етап се избира конкретният модел, който да бъде зареден в симулационната среда в зависи от случая, който се проучва, и от гредовата конфигурация на ЕН. Така че за еднослоен случай (unimorph) се зарежда моделът, показан на фиг. 3.3, а при двуслоен случай (bimorph) може да бъде избран един от трите модела (фиг. 3.6÷3.8) в зависимост от типа на свързване. Когато е необходима универсалност за двуслойни ЕН, препоръчително е да се използва моделът, показан на фиг. 3.8, с подходящо предварително изчисление за еквивалентните елементи на модела.

**Етап 4:** *Настройки на модела* – за симулационната процедура се определят настройките за компонентите на модела. Този етап на симулация изисква да бъдат извършени две операции: предварително изчисляване на някои модални параметри и първоначална настройка на модела.

1. Предварително изчисляване на общи модални параметри – някои модални параметри трябва да бъдат изчислени преди настройката на съответния модел, като те не зависят от броя или начина на свързване на пиезоелектричните слоеве, т.е. са общи за предложените модели. Модалните параметри, предварително изчислявани, са изброени в първата колона на Таблица 3.4, като тези модални параметри се считат за константи по време на симулацията и се отнасят само за първите три хармоника.

Модални параметри				
Параметър	Mode 1	Mode 2	Mode 3	
$\lambda_r$	Изисква изчисление	Изисква изчисление	Изисква изчисление	
$\phi_r(L)$	Изисква изчисление	Изисква изчисление	Изисква изчисление	
$d\phi_r(L)/dx$	Изисква изчисление	Изисква изчисление	Изисква изчисление	
$\int_{0}^{L} \phi_{r}(x)  dx$	Изисква изчисление	Изисква изчисление	Изисква изчисление	
$\omega_r$ , rad/s	Изисква изчисление	Изисква изчисление	Изисква изчисление	
$\zeta_r$	Предварително известен	Предварително известен	Изисква изчисление	

Таблица 3.4: Общи модални параметри

2. Настройка на моделните елементи

Тази операция се свежда до настройката на компонентите (блокове и елементи), които изграждат използвания модел. Всъщност това означава да се зададат параметричните стойности за компонентите на модела. Тези стойности на параметрите се получават, като се използват геометричните и материалните параметри на харвестера (ЕН), дадени в Таблица 3.3 и са систематизирани в Таблица 3.5.

Таблица 3.5: Параметри за симулационните модели, нуждаещи се от предварителна обработка

Модални параметри				
Параметър	Mode 1	Mode 2	Mode 3	
$m\int_{0}^{L}\phi_{r}(x)dx$	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	
$2\zeta_r\omega_r$	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	
$\omega_r^2$	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	
$\phi_r(L)$	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	
$k_r = \chi_r^{ser}$ – последователно свързване	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	
$k_r = \chi_r^{par}$ – паралелно свързване	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	
$\tilde{ heta}_r$ – последователно свързване	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	
$ ilde{ heta}_r$ – паралелно свързване	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	Предварително калкулиран	
$C_p$ [F]		Предварително калкулиран		
$R_p\left[\Omega ight]$	Предварително калкулиран			
$R_p^{eq}[\Omega]$ – последователно	Предварително калкулиран			
<i>C</i> <sup><i>eq</i></sup> <sub><i>p</i></sub> [F] – последователно	Предварително калкулиран			
$R_p^{eq}[\Omega]$ – паралелно	Предварително калкулиран			
$C_p^{eq}$ [F] – паралелно		Предварително калкулиран		

**Етап 5:** *Настройки на симулациите* –избор на извършвания анализ, както и подходящите настройки за анализ. Multisim средата предлага множество лесно достъпни методи за анализ на

предоставените от потребителя данни, които да бъдат обработени. Всеки анализ има специфични опции, които трябва да бъдат предварително зададени в необходимите за потребителя конфигурации. В зависимост от желаните характеристики, които трябва да бъдат изследвани, се избира и видът на анализа. Например, за да се оценят електромеханичните честотни характеристики на ЕН при промяна в товарното съпротивление, може да се приложи параметричен анализ в определения честотен диапазон. Когато е необходима параметрична симулация, трябва да бъдат изпълнени следните стъпки за настройка на желания тип анализ:

- Задаване на опции за симулация от съответното меню на приложението.
- Избор на необходимия тип анализ.
- Избор на компонент или елемент, за който се изпълнява анализът.
- Избор на параметър за зададения компонент, който ще бъде оценяван.
- Избор на подходящ домейн при анализ на избрания параметър.
- Задаване на параметрите за избрания домейн за анализ.
- Избор на променливи или добавяне на изрази за анализ.
- Стартиране на дадената симулация.

Етап 6: Симулационни резултати – на този етап се взема решение как да се изведат резултатите от симулацията. В Multisim симулираните резултати могат да бъдат показани чрез многофункционалния инструмент Grapher, който позволява преглед, настройка, запис и експортиране на графики и диаграми за проведените симулационни анализи. В тази симулационна среда са налични мрежа, легенда и вертикални курсори за улесняване на използването на получените графични данни. Функцията Grapher позволява данните от всяка точка да бъдат изведени като цифрови данни (в табличен вид). Данните за симулация в Multisim могат да бъдат запазени като Grapher файлове за Multisim средата (с разширение на файла \*.gra) или като стандартни текстови файлове (с разширение на файла \*.txt).

**Етап 7:** Допълнителна обработка на получените резултати – има два подхода за визуализиране на резултатите от симулацията, извършена с Multisim, които са:

1. Директно от Multisim с помощта на многофункционалния инструмент за показване, *Grapher*, който беше обсъден в предходния етап (Етап 6).

2. По-нататъшна обработка на резултатите от Multisim анализа, като се използват програми като Excel, Matlab и др.

Вторият подход съчетава най-добрите характеристики на различни научни пакети. Тъй като Multisim позволява експортиране на данни само във файлов формат на Excel, интерфейсът между Multisim и Matlab се осъществява чрез Excel (от пакета на Microsoft Office). Симулацията на ЕН първоначално се извършва с помощта на Multisim, резултатите се експортират в Excel и след това или се импортират или зареждат в Matlab под формата на Excel файлове, като по-нататъшната обработка на данните се извършва с подходящия модул от програмната среда Matlab. Вторият подход се използва, когато е невъзможно директно извеждане на графични резултати с инструмента Grapher. Например, този подход може да се използва за обработка на резултатите от симулация за един хармоник при графично електромеханични характеристики представяне на за множество хармоници. Електромеханичните характеристики на ЕН като функция на товарното електрическо съпротивление също могат да бъдат визуализирани, използвайки този подход.

Последващата обработка на резултатите се избира по следните причини:

- За да може да се получат електромеханичните характеристики на ЕН за множество хармоници, без допълнително усложняване на използваните модели.
- За да се визуализират електромеханичните характеристики на ЕН от товарното електрическо съпротивление за честотите на възбуждане в желания режим.
- Да се покаже и сравни вариацията на изходната мощност на ЕН като функция на товарното електрическо съпротивление при външни въздействия за резонансни честоти при късо съединение и при празен ход на изхода за различни вибрационни режими.

Ако се изисква допълнителна обработка на резултатите от симулацията, те могат да бъдат експортирани от *Grapher* в MathCAD, Excel или LabVIEW.

### Анализ и изводи

В настоящата глава са разгледани обобщените симулационни процедури за предложените модели на пиезоелектрически харвестери (ЕН). Предложените модели включват ЕН от типа еднослоен (unimorph) и двуслоен (bimorph), като е поставено ударение на последните.

- 1. Въз основа на разгледаните математически съотношения се предлагат схематични модели за описание на поведението на пиезоедектрическите енергийни харвестери.
- 2. Елементите и компонентите от предложените схематични модели отразяват процеси и взаимовръзки, описани от принципите на електромеханичната аналогия, използвана като основа за процеса на моделиране.
- 3. Симулационни процедури за схематични модели се провеждат в програмна среда Multisim, като някои от етапите на предварителна или последваща обработка се извършват в програмна среда Matlab, когато има нужда от специфична обработка на някои от параметрите на модела.
- 4. Предложени са общи алгоритмични диаграми за разглежданите модели, както и обща диаграма на симулационния процес. Случаите на еднослойни (unimorph) и двуслойни (bimorph) харвестери се разглеждат отделно поради техните особености.
- 5. Направен е общ преглед на по-значимите моделни параметри, като те са обобщени в таблици, които се използват по-нататък в действителните симулационни изследвания за EH от типа unimorph и bimorph.

### ГЛАВА ЧЕТВЪРТА – СИМУЛАЦИОННО И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА МОНОМОРФНИ И БИМОРФНИ ПИЕЗОЕЛЕКТРИЧНИ ХАРВЕСТЕРИ

#### 4.1. Симулационни изследвания на вибрационни пиезоелектрични харвестери

Съществуват много видове компютърни симулации с обща черта опитът за генериране на модел, при което не е възможно представяне на всички състояния на модела [8, 118].



Фиг. 4.1. Компютърен модел и взаимодействие между експеримент, симулация и теория [8]

начални и гранични условия определя степента на идеализация на дадения модел, т.е. степента на съвпадение на реалния обект, неговите параметри и характеристики компютърния И модел, който описва обекта. Теоретично получените характеристични зависимости за различни параметри на изследваните субекти трябва да бъдат в диапазона от 0 до безкрайност (фиг. 4.2, а), но от практическа гледна точка този диапазон е лимитиран от началните нулеви условия (които

гарантира

симулационните

противоположно на тяхното наименование често не са близки до нулевата стойност) и изследваната/симулираната граница за дадени научни експерименти (фиг. 4.2, б). Диапазоните в симулациите не започват от нулевата точка и не завършват в безкрайността, а имат някакви начални стойности въпреки, че се говори за условия на късо съединение и на отворена верига.



Фиг. 4.2. Теоретични и практически характеристични криви

Симулационните изследвания на структури вибрационни на пиезоелектрични харвестери понастоящем се базират на методики за моделиране, предложени от D. Inman and A. Erturk [29, 33, 34] при използване на теорията на Euler-Bernoulli за греди, както и решенията а) теоретичен диапазон б) практически диапазон на Rayleigh-Ritz и моделите на Тимошенко за опи сание на особеностите на гредови елементи [28, 97].

За потвърждаване на всеки модел е

съвпадението

модели

на

И

задължително да се дефинира система от начални и гранични условия, което

изследваните обекти. Системата от

#### 4.1.1. Симулационни резултати за униморфни пиезоелектрични харвестери

#### 4.1.1.1. Условия за симулация

Предложеният Multisim модел за мономорфен харвестер се използва за симулация при налагане на условия, касаещи параметрите на харвестера, моделните параметри, начините на възбуждане на харвестера и др.

Материал и геометрични параметри – геометричната структура за подложката и РZT материала са зададени съгласно стандартизирана процедура [28, 60] като стойността на съпротивлението се задава от [60].

• *Честотен* диапазон – за получаване на характеристиките на харвестера в честотната област, трябва предварително да се зададе честотния диапазон. Направено е начално допускане, че честотният диапазон е в границите от 1 до 1000 Hz и са използвани параметрите, представени в Таблица 4.1. Установено е при моделирането, че несвързаният харвестер притежава три собствени честоти за избрания диапазон, следователно ще бъдат изследвани три вибрационни режима.

-		
Таблица 4-1 · Геометрия и	свойства на матери	ала на пиезоелектричната

	Параметри	Обозначение	Стойност
г Т	Дължина, [mm]	L	100
ни име	Ширина, [mm]	W	20
ич aps	Дебелина на пиезоелектрика, [mm]	$h_p$	0,4
	Дебелина на подложката, [mm]	$h_p$	0,5
	Модул на Юнг на подложката, [GPa]	$Y_s$	100
на а	Модул на Юнг на пиезоелектрика, [GPa]	$Y_p$	61
ри	Масова плътност на подложката, [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_s$	7165
нет ери	Масова плътност на пиезоелектрика, [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_p$	7800
par Iat	Пиезоелектрична константа, [pm/V]	d31	-190
Па м	Диелектрична константа, [nF/m]	$\mathcal{E}_{33}^{S}$	15,93
	Специфично съпротивление, [ТΩm]	$Q_p$	1,00

Таблица 4.2: Моделни параметри за първите три хармоника

Моделни параметри									
Параметър Хармоник 1 Хармоник 2 Хармоник 3									
$\lambda_r$	1,87510	4,69409	7,85476						
$\phi_r(L)$	17,2741	-17,2741	17,2741						
$d\phi_r(L)/dx$	237,77	-825,84	1355,8						
$\int_{0}^{L} \phi_{r}(x)  dx$	0,6763	0,3749	0,2197						
$\omega_r$ , rad/s	300,4	1882,5	5271,2						
$\chi_r$	0,0176	-0,0610	0,1000						
k <sub>r</sub>	0,0176	-0,0610	0,1000						
ζr	0,0100	0,0130	0,0330						
$c_a$ , kg.rad/s 0.6550									

- Възбуждане на харвестера предполага се, че възбуждането на харвестера се дължи на хармоничното преобразуване  $\omega_b(t) = Y_0 e^{i\omega t}$  на неговата база (НТВ) в напречно направление, както и че липсва завъртане на гредата. Съгласно допускането, че електромеханичната система е линейна, се очаква напреженовият изход да бъде също хармоничен с форма  $v(t) = V_0 e^{i\omega t}$  (където  $V_0$  е амплитудата на напрежението с хармонична форма по отношение на съпротивителния товар), като динамичното поведение на равновесното състояние на системата е интересен въпрос за изследване.
- *Стойности на моделните* параметри чрез алгоритъма от фиг. 3.4 са изчислени моделните параметри за първите три хармоника като / стойностите им са в Таблица 4.2/. За първите два хармоника е използван коефициентът на затихване, представен в [28].
- Стойности на вътрешното съпротивление и вътрешния капацитет на РZT слоя изчислената стойност на вътрешното съпротивление на РZT слоя е R<sub>p</sub> = 0,2 TΩ, а съответно вътрешният капацитет е C<sub>p</sub> = 79,650 nF. Получените резултати са в съответствие с методиката, предложена от А. Erturk [29].

### 4.1.1.2. Методика за симулиране и получени резултати за мономорфен харвестер

Симулирани, представени и анализирани са четири FRFs (съгласно A2.1.1), които описват зависимостите на напрежението в зависимост от големината на резистивния товар; на тока от резистивния товар; на изходната електрическа мощност и на относителното изместване на основата на спрямо нейния връх. Първите три FRFs са свързани с електрическите свойства, а третата (за изходната мощност) зависи от първите две (за напрежението и за тока). Последната FRF отразява съотношението на амплитудата на вибрациите при върха на гредата към амплитудата на входното изместване, следователнотази механична FRF за степента на електромеханичния ефект върху гредата, причинен от схемата на свързване на енергийния харвестер при различни хармоници. Всички електромеханични FRFs са представени графично в модулите, от където са използвани параметрите на механичните свойства на ЕН.

# 4.1.1.3. Резултати за честотната зависимост на изходното напрежение, получени от Multisim.

На фиг. 4.3, а са представени напреженовите *FRFs* за различни хармоници (спрямо ускорението, съответстващо на A2.1.2) за различни резистивни товари, симулирани за честотен обхват 1 ÷ 1000 Hz. Наборът от електрическите товари се избира в диапазона от 100  $\Omega$  до 1 M $\Omega$ . Най-малкото съпротивление ( $R_l = 100 \Omega$ ) е избрано да представлява условията на късо съединение, докато най-големият товар ( $R_l = 1 M\Omega$ ) представя условията за отворена верига.





а) напреженова FRFs за пет стойности на товарното съпротивление

б) резонансни честоти като функция на товарното съпротивление

Фиг. 4.3. Напреженови FRFs за пет стойности на товарното съпротивление и резонансни честоти за първите три хармоници на вибрациите

Както се вижда от фиг. 4.3, а) три вибрационни хармоника са ясно различими за дадения честотен обхват (0 ÷ 1000 Hz), и амплитудата на напреженовия изходен сигнал се увеличава монотонно с товарното съпротивление от случая на късо съединение да случая на отворена верига за целия обхват на възбуждащите честоти. Друга особеност на напреженовата *FRFs* е, че с увеличаване на товарното съпротивление резонансната честота на всеки вибрационен хармоник се премества от резонансната честота за късо съединение ( $\omega_r^{sc}$  for  $R_l \to 0$ ) към резонансната честота за отворена верига ( $\omega_r^{oc}$  for  $R_l \to \infty$ ) /Таблица 4.3 -  $f_r^{sc} = \frac{\omega_r^{sc}}{2\pi}$  и  $f_r^{oc} = \frac{\omega_r^{oc}}{2\pi}$ ).

Ta	юлица	4.3	: I	<b>'</b> езона	нсни	честот	U 30	і усл	овият	а на	късо	съе	динег	ние и	отв	орена	ве	рига п	ърві	ıme

Честота [Hz]	Хармоник 1	Хармоник 2	Хармоник 3
$f_r^{sc}$	47,809	299,615	838,931
$f_r^{oc}$	48,819	301,533	839,917
T (0 T)	1		п

Фиг. 4.3, б) представлява графична илюстрация на получените числени резултати. Първият хармоник има най-ниска резонансна честота и обикновено осигурява най-голяма деформация, а следователно и електрическа енергия.

Желателна е по-ниска резонансна честота, тъй като по-близките честоти до тези на физическите източници на вибрации обикновено дават по-голяма мощност [27, 58]. Следователно, енергийните харвестери основно са проектирани да работят на първия резонансен хармоник.







а) Хармоник 1



в) Хармоник 3





Фиг. 4.6. Изходен напреженов сигнал в зависимост от товарното съпротивление

На фиг. 4.5 са показани симулираните зависимости на напреженовия сигнал от честотата за всеки един от първите три вибрационни хармоници при пет различни стойности товарното съпротивление.

Практически интерес представляват резонансните честоти при условията на късо съединение и празен ход на основния вибрационен хармоник, които са съответно 47,8 Hz и 48,8 Hz. На фиг. 4.6 са показани измененията на напреженовия изход от товарното съпротивление при възбуждане на тези две честоти.

4.1.1.4. Резултати от Multisim симулация за токовия изходен сигнал в зависимост от честотата



Фиг. 4.7. Токови FRFs за пет стойности на товарното съпротивление

На фиг. 4.7 са представени симулационните резултати за модула на токовата FRF за пет различни стойности на товарното съпротивление. От фиг. 4.7 е очевидно, че всеки от резистивните товари резултира в различна токова FRF. Токовата FRF показва противоположно поведение напреженовата FRF при на изменение на товарното съпротивление, както е показано на фиг. 4.3, а). Ha фиг. 4.8, представени ca симулираните токови FRFs за първите три вибрационни хармоници.

Измененията на изходния токов сигнал с промяната на товарното съпротивление за честоти на възбуждане при късо късо съединение и отворена верига са показани на фиг. 4.9.



Фиг. 4.8. Токова FRFs на първите три вибрационни хармоника за пет различни стойности на товарното съпротивление





Фиг. 4.9. Изходен ток в зависимост от товарното съпротивление

Фиг. 4.10. Изходна FRF по мощност за пет стойности на товарното съпротивление

При изменение на товарното съпротивление има тенденция за изменение на амплитудата на тока, обратна на амплитудата на напрежението. Токовият изходен сигнал е по-нечувствителен към измененията в областта на по-малките товарни съпротивления. След това изходният ток започва да намалява с увеличаване на товарното съпротивление, докато кривите се пресекат при определена стойност на товарното съпротивление (отново 40,07 k $\Omega$ ). При товарно съпротивление 40,07 k $\Omega$  и двете честоти на възбуждане дават една и съща амплитуда на тока (82,486 µA.sec<sup>2</sup>/m).

### 4.1.1.5. Резултати за изходния сигнал по отношение на мощността

Тъй като изходният сигнал по мощност е пропорционален на квадрата на напреженовия изходен сигнал, модулът на *FRF* по мощност е нормализирана по отношение на квадрата на базовото ускорение. Модулите на многохармоничните мощностни *FRFs* за пет различни резистивни товари са показани на Фиг. 4.10. Вижда се, че изходната *FRF* по мощност не проявява монотонни свойства с увеличение (или намаление) на товарното съпротивление за дадена честота. Тук изходната мощност *FRF* е представена чрез умножение на двете предишни *FRF* (по напрежение и по ток).

### 4.1.1.6. Оптимизиране на товарното съпротивление

Получените от симулациите за всеки режим на вибрация максимални изходни мощности при тези входни условия не са непременно максимално възможните (или оптимизирани) изходни мощности. Следователно с осъществените MatLab процедури могат да се получат оптималните стойности за електрическото товар – в Приложение A2.1.5.

Таблица 4.4: Оптимални стойности на товарното съпротивление										
$R_{lopt}$ [k $\Omega$ ]	Rlopt [kΩ]         Хармоник 1         Хармоник 2									
$R_{lopt}^{sc}$	17,655	5,948	2,376							
R <sup>oc</sup> <sub>lont</sub>	94,884	7,388	2,379							

Тези оптимизационни процедури се изпълняват в среда MatLab на базата на резултатите от Multisim Simulations - (в Приложение 2).

4.1.1.7. Изменение на изходният сигнал по мощност от товарното съпротивление

стойности.



Фиг. 4.13. Изменение на изходния сигнал по мощност от товарното съпротивление за първи вибрационен хармоник



Фиг. 4.14. Изходен сигнал по мощност от товарното съпротивление при възбуждане с резонансните честоти при късо съединение и отворена верига за първите три възбуждащи хармоници

докато изходният сигнал по мощност при резонансна честота за отворена верига е по-голям след пресечната точка. Тъй изменението на мощността при изменението на товарното съпротивление не е монотонно, двете графики на мощността на фиг. 4.13 показват пикови Както ce вижла от фиг. 4.14, разстоянието между кривите при възбуждащи резонансни честоти за късо съединение и отворена верига намалява при увеличаване на номера на хармоника. Разликата между кривите е най-голяма 38 основния

Изменението на изходният сигнал по мощност от

товарното съпротивление при възбуждане на основните

резонансни честоти на късо съединение и отворена верига за първи вибрационен хармоник е представено на фиг. 4.13. Вижда се, че изходният сигнал по мощност при резонансна честота за късо съединение е с по-висока стойност преди точката на пресичане (при  $R_l = 40.7 \text{ k}\Omega$ ),

> хармоник, по-малка за втория хармоник, а за третия хармоник двете криви почти напълно съвпадат.

### 4.1.2. Резултати от симулацията за биморфни пиезоелектрични харвестери

4.1.2.1. Симулационен подход за изучаване поведението на биморфен пиезоелектричен енергиен харвестер

Използваните симулационни условия са както следва:

Възбуждане на харвестера – предполага се, че възбуждането на основата е хармонично преобразуване в напречна посока и се приема, че основата на гредата не извършва въртеливо движение (т.е. както е показано на фиг. 2.1).

	<b>H</b>	Стойност				
	параметри	Пиезокерамика	Подложка			
d e s	Дължина <i>L</i> , [mm]	30	30			
ИСТ	Ширина <i>b</i> , [mm]	5	5			
Геол ичн пеми	Дебелина <i>h<sub>p</sub></i> , <i>h<sub>s</sub></i> [mm]	0,15	0,05			
-	Материал	PZT-5H	Copper			
I HS	Модул на еластичност $c_{11}^{-E}$ , $Y_s$ [GPa]	61	70			
трь иал	Масова плътност $\rho_p$ , $\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7750	2700			
гер	Пиезоелектрична константа $\bar{e}_{31}$ [C/m <sup>2</sup> ]	-10,4	—			
lap: Ma	Диелектрична константа $\varepsilon_{33}^{-s}$ [nF/m]	13,3	_			
_	Специфично съпротивление <i>ρ</i> <sub>p</sub> [ТΩm]	1	_			

Таблица 4.5: Параметри на геометрията и материала на харвестера

Наличие на маса на върха на гредата – при първоначалното изследване има предположение, че не е налице маса на върха на сензора, т.е.  $M_t = I_t = 0$ .

- *Параметри на материала и геометрията на харвестера* геометричните параметри и свойствата на материала на конкрегната биморфна гредова конструкция, използвани при симулацията, са представени в Таблица 4.5 [102, 129].
- *Честотен обхват* за симулацията е приет честотен обхват в границите 1 ÷ 5000 Hz. При това предположение и използвайки параметрите, зададени в Таблица 4.5, може да се установи, че има три натурални честоти в така определения честотен диапазон..
- *Стойности на моделните параметри* моделните параметри са изброени в първата колона на Таблица 4.6, като се счита, че те са константи за времето на симулацията. *Таблица 4.6: Общи моделни параметри за бимофен харвестер*

1 μολιμμ τ.0. Ο διιμι ποδελπι παραπετρί δα δαποφεί λαρδες περ									
Моделни параметри									
Полосот п		Стойност на параметъра							
Параметър	Хармоник 1	Хармоник 2	Хармоник 3						
$\lambda_r$	1,87510407	4,69409113	7,85475743						
$\phi_r(L)$	$-1,04115841.10^{2}$	$1,04115841.10^2$	$-1,04115841.10^{2}$						
$d\phi_r(L)/dx$	$-4,77720088.10^{3}$	1,65918255.10 <sup>4</sup>	$-2,72390156.10^4$						
$\int_{0}^{L} \phi_{r}(x)  dx$	-1,22282768	-0,67769401	-0,39734556						
$\omega_r$ , rad/s	1,16308227.10 <sup>3</sup>	7,28891217.10 <sup>3</sup>	2,04091651.10 <sup>4</sup>						
ζr	0,01	0,012	0,03						

Трябва да се отбележи, че се допуска, че стойността на коефициента на затихване за първите два вибрационни хармоника е известна и е същата, както в [102]. Що се отнася до фактора на затихване при третия хармоник, неговата стойност се изчислява - уравнение /2.21/.

• Установяване на параметрите на компонентите

Таблииа 4.7:	Стойности на по	праметрите за	симулаиионний	пе модели
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		

Моделни параметри								
Параметър	Хармоник 1 Хармоник 2 Хармоник 3							
$m\int_{0}^{L}\phi_{r}(x)dx$	0,01504078	-0,00833564	-0,00488735					
$2\zeta_r\omega_r$	23,26164543	1,74933892.10 <sup>2</sup>	1,22454991.10 <sup>3</sup>					
$\omega_r^2$	1,35276037.106	5,31282407.10 <sup>7</sup>	4,16534022.10 <sup>8</sup>					
$\phi_r(L)$	$-1,04115841.10^{2}$	1,04115841.10 <sup>2</sup>	$-1,04115841.10^{2}$					
$k_r = \chi_r^s - Model 1$	-0,02484144	0,08627749	-0,14164288					
$2k_r = \chi_r^p - Model \ 2$	-0,04968288	-0,28328576						
$ ilde{ heta}_r$ — Model 3, последователно свързване	-0,02484144	0,08627749	-0,14164288					
$ ilde{ heta}_r$ — Model 3, паралелно свързване	-0,04968288	-0,28328576						
$C_{\widetilde{p}}$ [F] – Model 1, 2		1,33000000.10 <sup>-8</sup>						
$C^{eq}_{\tilde{p}}$ [F] – Model 3, последователно свързване		6,65000000.10 <sup>-9</sup>						
С <sub>p</sub> <sup>eq</sup> [F] – Model 3, паралелно свързване	2,6600000.10 <sup>-8</sup>							
$R_{\tilde{p}}[\Omega] - Model 1, 2$	$1,0000000.10^{12}$							
$R_{\tilde{p}}^{eq} [\Omega] - Model 3,$ serial connection	2,0000000.10 <sup>12</sup>							
$R^{eq}_{\tilde{p}}[\Omega] - Model 3,$ паралелно свързване		5,000000001.1011						

Всички стойности на параметрите, необходими за настройка на предложените модели, са представени в Таблица 4.7. Тези стойности на параметрите се получават, като се използват геометричните и материалните параметри на харвестера, дадени в Таблица 4.5.

Трябва да се отбележи, че Таблица 4.7 не съдържа стойностите на параметрите за компонентите  $R_1$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  and  $D_3$  на моделите, показани на фиг. 3.6, 3.7 и 3.8. За тези компоненти стойностите на параметрите се приемат по подразбиране, така както са дадени в Таблица 3.1.

• Настройки за симулация – този етап от симулацията включва избор на анализ, който трябва да се извърши, и на подходяща настройка при анализа - в А2.2.2.

### 4.1.2.2. Симулационни резултати

В този параграф са представени и анализирани честотните функции (*FRFs*) на напрежението, тока и мощността. Мултихармоничните електромеханични *FRFs* са получени от уравнение /2.41/. За по-удобно представяне базовото ускорение в графиките на честотните характеристики се нормализира по отношение на гравитационното ускорение g (g = 9,81 m/s<sup>2</sup>).

4.1.2.3. Резултати за последователно свързване на пиезоелектричните слоеве

Честотна характеристика на изходното електрическо напрежение

Симулираните многомодови напреженови *FRFs* (във V/g) при различни товарни условия за последователно свързани слоеве са представени на фиг. 4.15.



Фиг. 4.15. Напреженови FRFs на биморфна структура на EH от шест стойности на товарното съпротивление при последователно свързване на слоевете Восоченията и споевете *FRFs* са симулирани за шест стойности на  $R_l$  в границите от 100  $\Omega$  до 10 М $\Omega$ . За основния вибрационен хармоник на тази биморфна структура най-малкото съпротивление ( $R_l = 100 \Omega$ ) е близко до условията на късо съединение, докато най-голямото използвано съпротивление ( $R_l = 10 \text{ M}\Omega$ ) е близко до условията за отворена верига. Точните условия на късо съединение и отворена верига трябва да бъдат определени съответно при  $R_l = 0 \Omega$  (на практика  $R_l \rightarrow 0$ ) и  $R_l = \infty$  (на практика  $R_l \rightarrow \infty$ ). Резонансната честота на всеки вибрационен хармоник се изменя при увеличението на товарното съпротивление ( $\omega_r^{sc}$  for  $R_l \rightarrow 0$ ) към резонансната честота при късо

Резонансните честоти при късо съединение и празен ход за първите три вибрационни хармоника, са представени в Таблица 4.8, където  $f_r^{sc} = \frac{\omega_r^{sc}}{2\pi}$  и  $f_r^{oc} = \frac{\omega_r^{oc}}{2\pi}$ .

Таблица 4.8: Резонансни честоти при късо съединение и отворена верига за първите три

вибрационни хармоника на биморфен пиезоелектричен харвестер

Честота <b>[Hz]</b>	Хармоник 1	Хармоник 2	Хармоник 3
$f_r^{sc}$	185,110	1160,066	3248,219
$f_r^{oc}$	191,336	1172,058	3257,047
	В зависи	мост от външното това	рно съпротивление



Фиг. 4.16. Резонансна честота на първия вибрационен хармоник от товарното съпротивление

фиг. 4.16 е показана зависимостта на резонансната честота на първия вибрационен хармоник от товарното съпротивление. Както може да се види, фиг. 4.16 дава наймалката стойност на резонансната честота (185,1 Hz) и найголяма стойност (191,3 Hz). Фиг. 4.16 показва също така, че резонансната честота варира повече от 3% в зависимост от товарното съпротивление.

резонансната честота на всеки хармоник може да взема стойност само между резонансните честоти на късо съединение и отворена верига  $f_r^{sc}$  и  $f_r^{oc}$ , съответно. На

На фиг. 4.17 е показан вида на напреженовите *FRFs* около резонансните честоти на първите три вибрационни хармоника (Приложение А.2.2.3).







в) Mode 3

Фиг. 4.17. Напреженови FRFs за първите три хармоника при шест различни стойности на товарното съпротивление при последователно свързване

На фиг. 4.18 са показани измененията на изходното напрежение от товарното съпротивление при възбуждане на основната резонансна честота в условията на късо съединение и основната резонансна честота в условията на празен ход.



Фиг. 4.18. Изходно напрежение от товарното съпротивление при късо съединение и отворена верига (последователно свързване)

Както може да се види, при малки стойности на товарното съпротивление напреженовите изходи за тези две конкретни честоти на възбуждане се увеличават с един и същи наклон (в log-log мащаб). Напреженовият изходен сигнал за възбуждане при резонансната честота на късо съединение е по-голям, когато системата е близко до условията на късо съединение (при малки товарното съпротивление). стойности на При граничната стойност  $R_l \rightarrow \infty$  (в дадения случай,  $R_l = 10 \text{ M}\Omega$ ), максималната амплитуда на напрежението е 5,683 V/g за възбуждане при 185,1 Hz и 18,922 V/g за възбуждане при 191,3 Hz.

Както може да се види от фиг. 4.18, изходното напрежение става по-малко чувствително към измененията на товарното съпротивление при условията на отворена верига (т.е., за много големи стойности на товарното съпротивление).

### Честотна характеристика на електрическия токов изходен сигнал

Аналитично *FRF* от електрическия ток може да бъде формулирана, като се използват законите на Кирхов, като отношение на напрежението към съпротивлението, като изходната токова FRF може да бъде изразена съответно с уравнението /A2.5/.



Фиг. 4.19. Токови FRFs на биморфната конструкция (последователно свързване)

Резултатите от Multisim симулацията за токовата *FRF* в честотен обхват  $1 \div 5000$  Hz за всичките шест стойности на товарното съпротивление, използвани в този параграф, са представени на фиг. 4.19.

За разлика от напреженовите *FRF*, показани на фиг. 4.15, токовата амплитуда намалява при увеличението на товарното съпротивление. Разбира се, че това е противоположно на свойствата по отношение на напрежението, показани на фиг. 4.15, но поведението на токовата характеристика е все още монотонно. Противоположните свойства се дължат на факта, че  $I = V/R_l$ .

На фиг. 4.20 са дадени подробните токови the *FRFs* около резонансните честоти за първите три вибрационни хармоници.



а) Хармоник 1

б) Хармоник 2



Фиг. 4.20. Токови FRFs на първите три вибрационни хармоника за шест различни стойности на товарното съпротивление при последователно свързване на слоевете

Симулираният токов изход като функция на товарното съпротивление за възбуждане при основните резонансни честоти на късо съединение и празен ход е показан на фиг. 4.21.



Фиг. 4.21. Изходен ток от товарното съпротивление (последователно свързване)

Става ясно от фигурата, че тенденцията на изменение на амплитудата на тока е противоположна на тази при амплитудата на напрежението (на фиг. 4.18). От фиг. 4.21 е ясно, че стойността на изходният ток при резонансната честота при късо съединение е по-голяма, когато системата е в условията на късо съединение (в диапазона на ниско товарно съпротивление) и обратно. Като допълнение амплитудата на тока е много нечувствителна към измененията на товарното съпротивление при малките му стойности.

Използвайки Matlab код, писан специално за намиране координатите на точката, в която двете криви от фиг. 4.21 се пресичат, е установено, че в точката на пресичане  $R_l = 124,7$  k $\Omega$ .

След точката на пресичане (т.е., за стойности на товарното съпротивление по-големи от 124,7 k $\Omega$ ), изходният ток при резонансната честота за празен ход става по-голям, тъй като системата е в условията за празен ход.

Честотна характеристика на изходната електрическа мощност

Симулираните изходни *FRFs* по мощност (нормализирани спрямо квадрата на базовото ускорение) в зависимост от товарното съпротивление са представени на фиг. 4.22.



Фиг. 4.22. Изходни FRF по мощност при последователно свързване на слоевете

Симулацията е проведена чрез използване на Multisim модела от фиг. 3.6 или фиг. 3.7 за различни товарни съпротивления И резултатите ca обработени по методологията, представена на фиг. 3.4. Тъй като изходната FRF по мощност се явява резултат от две FRFs(по напрежение и по ток), които имат противоположни свойства при увеличение на товарното съпротивление, особеностите на изходната FRF по мощност като функция на товарното съпротивление са от значителен интерес. Това се потвърждава също така и от факта, че изходната FRF по мощност не показва непременно монотонно повеление. .

На фиг. 4.23 са показани подробните графики на изходните *FRFs* по мощност за първите три вибрационни хармоници.



а) Хармоник 1 б) Хармоник 2 в) Хармоник 3 Фиг. 4.23. FRFs по мощност на биморфна структура на ЕН за първите три вибрационни хармоници при последователно свързване на слоевете

Интересен аспект на свойствата на *FRF*s на изходната мощност е превключването между кривите за различните стойности на товарното съпротивление, което води до пресичания между *FRF* кривите. Както се вижда от фиг. 4.22 и фиг. 4.23, а), такива пресичания се получават не само около резонансните честоти, но те се наблюдават и извън тези области. Очевидно е, например, че кривите за  $10 \text{ k}\Omega$  и  $10 \text{ M}\Omega$  се пресичат при 190,2 Hz и 194,4 Hz (фиг. 4.23, а), а кривите за  $10 \text{ k}\Omega$  и  $100 \text{ k}\Omega$  - при 744,1 Hz (фиг. 4.22). При тези честоти на пресичане двете стойности на товарното съпротивление дават еднаква изходна мощност. От фиг. 4.23, а) се установява, че в пресечната точка на кривите за  $10 \text{ k}\Omega$  и  $100 \text{ M}\Omega$  при честота 190,2 Hz, изходната мощност е  $27,398 \mu W/g^2$ . В същото време пресечната точка между *FRF*s за  $10 \text{ k}\Omega$  и  $100 \text{ k}\Omega$  при честота 744,1 Hz (т.е., при антирезонансната честота), мощността е само  $35,283 \text{ nW/g}^2$ . Както може да се види от фиг. 4.23, 6), *FRF* кривите за стойности на товарното съпротивление  $10 \text{ k}\Omega$  и  $100 \text{ k}\Omega$ ,  $1 \text{ k}\Omega$  и  $100 \Omega$ , се приближават значително една към друга в честотния диапазон от  $1178,7 \div 1184,1 \text{ Hz}$ , но не се пресичат. Честотните характеристики *FRF*s около резонансните честоти на товарното съпротивление.



Фиг. 4.24. Изходна мощност от товарното съпротивление (последователно свързване)

Поведението на изходното напрежение при изменение на товарното съпротивление също е симулирано и анализирано. На фиг. 4.24 е показано симулираното изходно напрежение като функция на товарното съпротивление за възбуждане при резонансните честоти за случаите на късо съединение и празен ход на първи вибрационен хармоник. При това симулацията е извършена за голям набор от стойности на товарното съпротивление. Както в случаите на изходно напрежение и изходен ток, изходната мощност за възбуждане при резонансната честота на късо съединение е по-голяма, когато системата е близо до условията за късо съединение, и обратно. От фиг. 4.24 се вижда, че и двете графики за мощността описват пикови стойности, при оптималните стойности на товарното съпротивление. Тези два случая (при късо съединение и празен ход) имат различна оптимална стойност на съпротивителни товари за възбуждане при 185,1 Hz (късо съединение) and 191,3 Hz (празен ход) от 36,2 k $\Omega$ , и 432,4 k $\Omega$ . Тези две товарни съпротивления са много различни, но дават една и съща максимална изходна мощност (230,078  $\mu$ W/g<sup>2</sup>). Ако товарното съпротивление е ограничено, работната честота съответно може да бъде избрана за максималната мощност.



Фиг. 4.25. Изходна мощност от на последователно свързване

За да се сравнят трите режима на вибрации по отношение на тяхната енергийна ефективност, на фиг. 4.25 са показани симулираните графики за изходната мощност в зависимост от изменението на товарното съпротивление при възбуждане с резонансните честоти на късо съединение и на празен ход за трите хармоници. Както може да се види от фиг. 4.25 разликата между вибрационните хармоници намалява с увеличението на номера на хармоника. Като допълнение, за третия хармоник разликата между кривите за възбуждане при резонансните честоти на късо съединение и празен ход са почти незабележими.

След извършване на оптимизационна процедура, описана в предишните глави, за случая на паралелно свързване са получени следните изрази за оптималното товарно съпротивление:

1. Оптимално товарно съпротивление за възбуждане на резонансната честота при късо съединение:

$$R_{l_{opt}}^{sc} = \frac{2}{\omega_r C_p \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_r}{2\zeta_r}\right)^2}}$$
(4.6/

2. Оптимално товарно R за възбуждане на резонансна честота при празен ход:

$$R_{l_{opt}}^{oc} = \frac{2}{\omega_r C_p} \sqrt{\frac{1 - \zeta_r^2 + \frac{\gamma_r}{(2\zeta_r)^2}}{(1 + \gamma_r - \zeta_r^2)(1 + \gamma_r - 2\zeta_r^2)}}$$
(4.7/

Параметърът у в съотношенията /4.6/ и /4.7/ за случая на паралелно свързване:

$$\gamma_r = \frac{2k_r^2}{\omega_r^2 C_p} \tag{4.8}$$

Оптималната стойност на товарното съпротивление за възбуждане на резонансните честоти при късо съединение и при празен ход за трите първи вибрационни хармоника са представени в Табл. 4.9, като резултатите са получени, при използване на изразите /4.6/ и /4.7/.

$R_{l_{opt}}$	Хармоник 1	Хармоник 2		Хармоник 3	
$R_{l_{opt}}^{sc}$ [k $\Omega$ ]	36,189	15,504		7,315	
$R^{oc}_{l_{opt}}[\mathrm{k}\Omega]$	432,365	26,895		7,381	
	Таблица 4.10:Максил	мална изходна мощно	ост за по	следователно свързване	
Хармоник <i>г</i>	Изис	кване	Ν	Лах изходна мощност	
Хармоник 1	$f_{r_1}^{sc}$ ,	$R_{l_{opt1}}^{sc}$		$230.0 \text{ wW}/a^2$	
Лармоник 1	$f_{r_1}^{oc}$ ,	$R_{l_{opt1}}^{oc}$		250,0 µ w/g	
Vanuauuu 2	$f_{r_2}^{sc}$ ,	$R_{l_{opt2}}^{sc}$		7 590W/a2	
Лармоник 2	$f_{r_2}^{oc}$ ,	$R_{l_{opt2}}^{oc}$		7,509 μ ₩/g	
Vanuouuu 2	$f_{r_3}^{sc}$ ,	R <sup>sc</sup> <sub>lopt3</sub>	0.1004 W/ 2		
лармоник э	$f_{r_3}^{oc},$	R <sup>oc</sup> <sub>lopt3</sub>		0,1004 μW/g²	

Таблица 4.9: Оптимални стойности на товарното съпротивление

4.1.2.4. Резултати за паралелното свързване на пиезоелектричните слоеве на конструкцията ЕН

### Честотна характеристика на изходното електрическо напрежение

Биморфната конфигурация с паралелно свързване на пиезоелектричните слоеве се изследва и изучава при същите условия както конфигурацията с последователно свързване на слоевете. Симулациите са направени като са използвани и Model 2, и Model 3.



Фиг. 4.26. Напреженови FRFs на биморф за шест стойности на товарното съпротивление (паралелно свързване на пиезоелектричните слоеве)

Поради аналогията между електромеханичните честотни функции за последователен и паралелен случаи на свързване, в този параграф е представен само кратък анализ на резултатите от симулацията.

Симулираната напреженова FRFs (във V/g) при различни товарни условия за паралелно свързване на пиезоелектричните слоеве е показана на фиг. 4.26, от която се вижда, че са показани три вибрационни хармоника в честотен обхват (1 ÷ 5000 Hz).

Мащабираната фиг. 4.27 показва пиковата точка за първата, втората и третата резонансни честоти. Както се вижда от фиг. 4.27, разширената графика дава ясна визия на поведението на първите три резонансни честоти по отношение на изменението на товарното съпротивлението в диапазона от 100  $\Omega$  до 10 M $\Omega$ .



а) Хармоник 1 б) Хармоник 2 в) Хармоник 3 Фиг. 4.27. Честотни характеристики FRFs на изходното напрежение за първите три вибрационни хармоника при паралелно свързване



Фиг. 4.28. Изходно напрежение при паралелно свързване на слоевете за основните резонансни честоти при късо съединение и празен ход

Амплитудата на изходното напрежение при промяна на товарното съпротивление на първата резонансна честота при условията на късо съединение и на празен ход е показана на фиг. 4.28. Както може да се очаква, изходното напрежение при късо съединение има по-голяма амплитуда от възбуждащата резонансна честота при празен ход за по-малки товарни съпротивления.

Поведението на изходното напрежение се изменя след пресичането на двете криви при товарно съпротивление 39,8 k $\Omega$ , като стойността на изходното напрежение в точката на пресичане е 2,223 V/g. Очевидно е, че след пресечната точка при резонансната честота на празен ход се получава по-голямо напрежение отколкото при резонансната честота на късо съединение при по-голямо товарно съпротивление.

Честотна характеристика на изходния електрически ток



Фиг. 4.29. Токови FRFs на биморфна структура за паралелно свързване на пиезоелектричните слоеве

Токовите FRFs са показани на фиг. 4.29, където честотната функция, както в случая на последователно свързване на слоевете, може да бъде получена чрез разделяне на изходното напрежение на товарното съпротивление. Токовите FRFs имат очаквано противоположна тенденция на напреженовите FRFs, т.е. амплитудата на тока намалява с увеличаване на товарното съпротивление.

Токовите FRFs около резонансните честоти за първите три вибрационни хармоника са показани на фиг. 4.30. От тези графики може да може да се твърди, че за разлика от напреженовите FRFs, токовите FRFsнамаляват монотонно с увеличаване стойностите на товарното съпротивление.



а) Хармоник 1 б) Хармоник 2 в) Хармоник 3 Фиг. 4.30. Токови FRFs за първите три вибрационни хармоника при паралелно свързване на пиезокерамичните слоеве



Фиг. 4.31. Зависимост на изходния ток от товарното съпротивление при късо съединение и празен ход при първи вибрационен хармоник

На фиг. 4.31 е представена зависимостта на изходният ток от товарното съпротивление при възбуждане на основните резонансни честоти за късо съединение и празен ход. Както се вижда, съществува тенденцията токовата амплитуда да е обратна на амплитудата на изходното напрежение (на фиг. 4.28). В началото изходният ток остава постоянен и графиката има равен участък, но след това при по-големите товарни съпротивления започва да намалява линейно, както е показано на фиг. 4.30. Нещо повече, за участъка на малки товарни съпротивления, т.е. когато системата се доближава до условията на късо съединение, амплитудата на тока при резонансната честота на късо съединение е по-голяма от тази при резонансната честота на празен ход.

Двете графики за изходния ток се пресичат при товарно съпротивление  $31,2 \text{ k}\Omega$ , където стойността на изходния ток се получава  $71,310 \,\mu\text{A/g}$ . След пресечната точка графики те имат противоположно поведение, т.е. амплитудата на тока е по-голяма при възбуждане на резонансната честота на празен ход в сравнение с възбуждането на резонансната честота на късо съединение.

Честотна характеристика на изходната електрическа мощност



Фиг. 4.32. Честотни характеристики FRFs на изходната мощност за шест стойности на товарното съпротивление при паралелно свързване

Симулираните FRFs на изходната мощност от съпротивителните товари в честотния обхват 1 ÷ 5000 фиг. 4.32. Тези FRFs Нг са показани на ca нормализирани в съответствие с квадрата на ускорението на основата (т.е., g<sup>2</sup>). Трябва да се отбележи, че като цяло фиг. 4.32 показва намаляване на изходната мощност при нарастване на честотата. Както беше показано по-рано, наблюдава се обратна тенденция на изменение на стойността на електрическото изходно напрежение и на изходния ток при нарастване на товарното съпротивление. Поради тази причина FRFs за изходната мощност дават някои интересни резултати.

Мащабираните *FRF*s на изходната мощност за първите три вибрационни хармоника са представени на фиг. 4.33.

Честотната характеристика *FRF* на изходната мощност пада при увеличаване на стойностите на товарното съпротивление. Това явление може да бъде наблюдавано на фиг. 4.33, а), където съответно за товарни съпротивления  $10 \text{ k}\Omega$  (при 185,7 Hz) и  $100 \text{ k}\Omega$  (при 190,8 Hz), максималната изходна мощност е една и съща (0,233 mW/g<sup>2</sup>). Както може да се види на фиг. 4.33, б) за втори хармоник, максималната му изходна мощност е по-малка в сравнение с тази за първи хармоник.

Интересен резултат, които демонстрират фиг. 4.32 и фиг. 4.33, а) е, че някои от *FRFs* по мощност се пресичат една с друга. Такива пресичания се наблюдават не само около резонансните честоти (например, кривите за 1 к $\Omega$  и 10 М $\Omega$  се пресичат при 190,9 Hz и 192,8 Hz

както се вижда на фиг. 4.33, а), но се наблюдават също така при нерезонансни честоти (например, кривите за 1 k $\Omega$  и 100 k $\Omega$  се пресичат при 623,9 Hz, както се вижда от фиг. 4.32).



Фиг. 4.33. FRFs по мощност на биморфа за първите три вибрационни хармоника при паралелно свързване

В пресечната точка, която отговаря на определена честота, изходната мощност е една и съща за съответните две стойности на товарното съпротивление. Например, от фиг. 4.33, а) може да се установи, че при първата точка на пресичане (190,9 Hz) на кривите за 1 kΩ и 10 MΩ, изходната мощност е 9,172 µW/g<sup>2</sup>, докато при втората пресечна точка (at 190,9 Hz), мощността е 5,762 µW/g<sup>2</sup>. В същото време, изходната мощност в пресечната точка на *FRFs* за 1 kΩ и за 100 kΩ (при 623,9 Hz) е само 31,412 nW/g<sup>2</sup>. Както може да се види, за втория вибрационен хармоник *FRFs* по мощност при стойности на товарните съпротивления 1 kΩ и 10 kΩ, както и тези за товарни съпротивления 100 Ω и 100 kΩ, са близко една до друга в честотния обхват от 1144,8 Hz до 1155,3 Hz, но не се пресичат.

T (	1 1	1 .	$\sim$	v						
		1 . 1	1 10 00 11 1 1 (1 11 11 11	CMONIOCMII 11	$a m \cap o a n n \cap m o$	n c n n n c	101100001110000	nananania	COL 1000110 110	cnocomo
тиолини ч		1. 1	<i>mmumu</i> _mu	стоиности н	и товилнот	$i \cup n n n n$	тивление зи	nunulelino	своизвине ни	<i>LIUEBEIIE</i>

$R_{lopt} [k\Omega]$	Хармоник 1	Хармоник 2	Хармоник 3	
$R_{lopt}^{sc}$	9,047	3,876	1,829	
$R_{lopt}^{oc}$	108,091	6,724	1,845	

Получените оптимални стойности на товарното съпротивление за възбуждане при резонансните честоти на късо съединение и на празен ход за първите три вибрационни хармоника са представени в Таблица 4.11.



Фиг. 4.34. Изменение на изходната мощност в зависимост от товарното съпротивление при първи вибрационен хармоник за паралелно свързване на слоевете

Поведението на изходното напрежение при промяна е представено на товарното съпротивление на фиг. 4.34, когато системата e възбудена на резонансните честоти на късо съединение и на празен ход. От фиг. 4.29 и фиг. 4.31, изходното напрежение и изходния ток имат по-голяма амплитуда при възбуждане за късо съединение при по-ниски съпротивления и обратно поведение след преминаване на пресечната точка. Тенденцията е валидна и за изходна мощност по отношение на променливите товарни съпротивления, тъй като изходната мощност е произведение на напрежението и тока. Дори точката на пресичане се получава при същото товарно съпротивление 31,2 kΩ. От фиг. 4.32 преди пресечната точка (при 31,2 kΩ), амплитудата на мощността се увеличава линейно при промяната на товарното съпротивление, за късо съединение и за празен ход.

Симулационните резултати за биморфната конфигурация за паралелно свързване на пиезоелектричните слоеве показват, че максималната мощност за всеки един от първите три хармоника е идентична на съответната мощност, характерна за случая на последователно свързване, т.е. максималните мощности за оптималните товарни съпротивления, представени в Таблица 4.11, са като тези в Таблица 4.10.

Честотни характеристики на относителното изместване на върха на сензора

Честотни характеристики на относителното изместване на върха на сензора при паралелно свързване на слоевете са посочени в Приложение А.2.2.5.

4.1.3. Сравнение на случаите на последователно и паралелно свързване на пиезоелектричните слоеве при възбуждане на основните резонансни честоти при късо съединение и при празен ход

Изменението на амплитудата на изходното напрежение в зависимост от товарното съпротивление за възбуждане на основните честоти на късо съединение и на празен ход за

случаите на последователно и на паралелно свързване на пиезоелектричните слоеве в конструкцията на ЕН са показани на фиг. 4.35.



а) при резонансната честота за късо съединение б) при резонансната честота за празен ход Фиг. 4.35. Изходно напрежение за случаите на последователно и на паралелно свързване на слоевете при основните резонансни честоти

Поведението на изходния ток за двата случая на свързване на слоевете (последователно и паралелно) за възбуждане при резонансните честоти на късо съединение и празен ход за първия вибрационен хармоник са представени на фиг. 4.36. Резултатите показват, че амплитудата на тока за случая на паралелно свързване при малки товарни съпротивления е по-голяма от тази при последователно свързване. Но, за възбуждане при двете резонансни честоти след пресечните точки на кривите (при 18,025 k $\Omega$  за възбуждане при резонансната честота при късо съединение и 215,2 k $\Omega$  при възбуждане на резонансната честота на празен ход) амплитудата на тока за случая на паралелно включване става по-малка отколкото тази за случая на последователно включване става по-малка отколкото тази за случая на последователно включване на слоевете. Резултатът на фиг. 4.36 потвърждава факта, че амплитудата на електрическия ток намалява с увеличаването на товарното съпротивление.



а) при резонансната честота на късо съединение б) при резонансната честота на празен ход Фиг. 4.36. Изходен ток за случаите на последователно и паралелно свързване на слоевете за основните резонансни честоти

Поведението на изходната мощност за двата случая на свързване на пиезоелектричните слоеве при изменение на товарното съпротивление за възбуждане с основните резонансни честоти при късо съединение и празен ход е показано на фиг. 4.37.





а) при резонансна честота на късо съединение б) при резонансна честота на празен ход Фиг. 4.37. Изходна мощност за случаите на последователно и паралелно свързване на слоевете на основните резонансни честоти

Сравнението на кривите на мощността, получени за възбуждане при резонансната честота за късо съединение на първия вибрационен хармоник (фиг. 4.37, а), както и на тези, получени за възбуждане при резонансната честота за празен ход (фиг. 4.37, б) показва, че и в двата случая

изходната мощност се изменя по същия начин когато товарното съпротивление се увеличава. От симулационните резултати е установено, че кривите за изхолната мошност се пресичат при стойности на товарното съпротивление 18,025 k $\Omega$  и 215,2 k $\Omega$ , съответно. В пресечната точка изходната мощност е една и съща (0,202 mW/g<sup>2</sup>) за възбуждане и при двете честоти. Друг интересен аспект относно кривите на мощността, дадени на фиг. 4.37, е че те достигат един и същи максимум независимо по-какъв начин пиезоелектричните слоеве са свързани и колко е резонансната честота, на която гредата се възбужда. Въпреки, че максималните изходни мощности за случаите на последователно и паралелно свързване за възбуждане на основните резонансни честоти при късо съединение и празен ход са идентични, те съответстват на различни стойности на оптималното товарно съпротивление. От фиг. 4.37, а) се установява, че при възбуждане на основната резонансна честота за късо съединение в случай на последователно свързване максималната изходна мощност е 0,230 mW/g<sup>2</sup>, получена при резистивен товар 36,2 kΩ. В случай на паралелно свързване същата максимална изходна мощност е получена при резистивен товар 9,05 k $\Omega$ . Анализът на показаните на фиг. 4.35, фиг. 4.36 и фиг. 4.37 резултати от симулацията дава стойностите на товарното съпротивление, амплитудите на напрежението и тока, при които се генерира максимална. изходна мощност.

В Таблица 4.12 са систематизирани условията по отношение на оптималното товарно съпротивление и амплитудите на напрежението и тока, при които са получени стойностите на максималната изходна мощност. Цифровите данни, дадени в Таблица 4.12, са получени от характеристиките, представени на фиг. 4.35, фиг. 4.36 и фиг. 4.37. Тези данни представят пълна информация по отношение на изискванията за получаваната максимална изходна мощност в зависимост от честотното възбуждане и начина на свързване на пиезоелектричните слоеве.

Очевидно е от Таблица 4.12, че максималните изходни мощности за двата случая на свързване са идентични, когато стойността на оптималното товарно съпротивление за случая на паралелно свързване на слоевете е четири пъти по-малко от съответната стойност за случая на последователно свързване.

		Получени стойности в зависимост от случая на свързване					
Честота	Променлива	Случай на последователно свързване	Случай на паралелно свързване				
ň	$R_{l_{opt}}^{sc}$ [k $\Omega$ ]	36,200	9,050				
= 18 Hz	Амплитуда на напрежението [V/g]	2,880	1,440				
,1 ,1	Амплитуда на тока [mA/g]	0,080	0,160				
4	Максимална изходна мощност [mW/g <sup>2</sup> ]	0,230	0,230				
11	$R_{l_{opt}}^{oc}$ [k $\Omega$ ]	432,4	108,1				
= 15 Hz	Амплитуда на напрежението [V/g]	9,960	4,980				
,3]	Амплитуда на тока [mA/g]	0,023	0,046				
f	Максимална изходна мощност [mW/g <sup>2</sup> ]	0,230	0,230				

Таблица 4.12: Стойности на товарното съпротивление, амплитудите на напрежението и тока, при

4.2. Експериментални изследвания на пиезоелектричните харвестери

### 4.2.1. Обект на изследването

За целите на изследването са избрани пиезоелектрични харвестери, обозначени като S230-J1FR-1808XB и S233-H5FR-1107XB (по-рано, съответно PPA-2011 and PPA-2014 от Piezo.com<sup>TM</sup>) [129], като и двата образеца представляват биморфна структура.





а) PPA-2011 б) размери Фиг. 4.39. Пиезоелектрически харвестер S230-J1FR-1808XB

Образците са избрани защото тяхното производство е добре установено, техните средни стойности на параметри са статистически известни и следователно могат да се получават повторяеми резултати с висока степен на сигурност, дори само с ограничен брой образци.



a) PPA-2011



б) размери

Фиг. 4.40. Пиезоелектрически харвестер S233-H5FR-1107XB (PPA-2014) Пиезоелектричните параметри на активните слоеве на харвестерите (в дадения случай това е материал PZT 5H) са дадени в Таблица 4.19.

		Таблица 4.19. Пиезбел	ектрични своиства			
Свойства	Символ на означение	Мерна единица	PZT 5H			
Диелектрична константа (1 kHz)	$K_3^T$	-	3800			
Коефициент на диелектрични загуби (1 kHz)	$ an \delta_e$	%	2,0			
Плътност	ρ	g/cm <sup>3</sup>	7,8			
Точка на Кюри	$T_{\mathcal{C}}$	°C	225			
Механичен качествен фактор	$Q_m$	—	30			
Коерцитивна сила (Измерено при <1 Hz)	Ec	kV/cm	8			
Остатъчна поляризация	$P_r$	µCoul/cm <sup>2</sup>	39,0			
	$k_p$	—	0,65			
	<i>k</i> <sub>33</sub>	_	0,75			
Коефициенти на връзка	<i>k</i> <sub>31</sub>	—	0,43			
	<i>k</i> t	—	0,55			
	<i>k</i> 15	0,75				
Пиезоелектрични коефициенти	<i>d</i> <sub>31</sub>	Coul/N·10 <sup>-12</sup>	-320			
на деформация	<i>d</i> <sub>33</sub>	or m/V·10 <sup>-12</sup>	650			
Пиезоелектрични коефициенти	$g_{33}$	V.m/N.10-3	19,0			
на индуцирано напрежение	$g_{31}$	V.III/IN.10	-9,5			
E	$Y_{11}^E$	N/2 1010	6,3			
Еластичен модул	$Y_{33}^E$	N/m <sup>2</sup> ·10 <sup>10</sup>	5,0			
Напречна деформация при резонанс	N <sub>tr</sub>	kHz∙cm	202			
Напречна деформация при антирезонанс	Nta	kHz∙cm	236			
Коефициент на термично разширение (⊥на поляризацията)	α	ppm/°C	3,5			
Специфична топлина	Ср	J/kg·°C	420			
Топлопроводимост	Kd	W/m·°K	1,2			
Коефициент на Поасон	v		0,31			

4.2.2. Инструментариум, условия и методика на изследването



Фиг. 4.43. Електродинамичен шейкър с образеца на харвестера

Изследваните харвестери се закрепват на върху електромеханичен шейкър (вибрационна маса), който представлява електродинамична система за вибрационни изпитвания при възбуждане на конструкцията, за изпитване на издръжливост, или за хармонично изпитване. За модулно тестване са необходими няколко входни сигнала, най-често синусоидалните и произволни честотни вибрационни профили [98]. Малки образци и структури се захващат директно към масата на шейкъра, като при някои видове от тях, към тялото често е прикрепена арматура за изпитване чрез сила на опън (нишков метод) или чрез сила на натиск (със специално жило).

Шейкърите имат предимство [98], тъй като могат да доставят повече енергия на конструкцията за по-дълъг период от време в сравнение с другия вибрационен метод - "ударен чук".В настоящото изследване харвестерите се захващат над вала на електродинамичния шейкър, както е показано на фиг. 4.43, като пиезоелектричния елемент е перпендикулярно захванат към оста на вала на шейкъра. Първоначално ускорението на използваната електродинамична система е била определена с акселерометър KD35A, който е бил монтиран на централната ос на шейкъра и след това системата е била тествана в широк честотен диапазон. Генерираното ускорение е с постоянна стойност  $a = 5,21 \text{ m/s}^2$ , която е около половината на гравитационното ускорение на Земята 9,80665 m/s<sup>2</sup> (g), както е показано в следния израз:

$$\frac{a}{g} = \frac{5,21}{9,80665} = 0,5313 \tag{4.11}$$

Ускорението на шейкъра може да бъде зададено като 0,5313g с цел нормализацията на характеристиките в обхвата на механичната област. Шейкърът се захранва от изхода на усилвателя на мощност, което осигурява необходимата енергия за захранване на електромеханичната система. Усилвателят се управлява с функционален генератор като източник на хармоничен сигнал със стабилизирана честота. Функционалният генератор променя работната честота, като неговото изходно напрежение е постоянно и има стойност 0,5 V в *RMS* еквивалент.

Измерванията са извършени с цифрови уреди, които дават съответните алтернативни стойности в *RMS* формат. Тъй като за променлив електрически ток RMS стойността е равна на стойността на постоянния ток, който дава същото средно разсейване на мощността при резистивен товар. По този начин измерваната мощност е действителната активна мощност, която може лесно да се използва и е основната цел на генериране на мощност от харвестера.





Фиг. 4.45. Измервателна схема

Фиг. 4.46. Монтиране на харвестера

Електрическата измервателна схема е от AV тип (фиг. 4.45), която за изследователски цели е максимално опростена. Тя е свързана директно към електродите на изследваните харвестери, като измервателните устройства на параметрите са цифровите, тъй като показаните стойности за тока и напрежението са в RMS форма.



Фиг. 4.47. Работен режим на изследвания харвестер

4.2.3. Резултати от измерванията

Фиг. 4.48. Измервателна установка

# Първата партида експерименти са проведени без инерционен товар на харвестерите с цел определяне резонансните честоти.

1 / 1	1	Таблица 4.21: Данни за РРА-2014 без инерционен товар													
f, Hz	200	203	206	209	212	215	218	221	224	227	230				
I <sub>RMS</sub> , μA	0,07	0,12	0,24	0,48	1,18	3,68	2,48	1,26	0,66	0,33	0,17				
$U_{DC}, V$	0,07	0,11	11 0,2 0,4		0,99	2,99	1,98	1,04	0,55	0,28	0,15				
		Таблица 4.22: Данни за РРА-2011 без инерционен товар													
/					Таб	лица 4.22	2: Данни :	за PPA-2	011 без и	нерционе	ен товар				
f, Hz	80	85	90	95	Таб 100	лица 4.22 105	2: Данни : 110	за РРА-2 115	011 без и 120	нерционе 125	ен товар 80				
f, Hz I <sub>RMS</sub> , μA	80 0,04	85 0,08	<u>90</u> 0,17	95 0,5	Таб. 100 3,02	лица 4.22 105 1,99	2: Данни 2 110 0,56	за РРА-2 115 0,16	011 без и 120 0,05	нерционе 125 0,02	ен товар <u>80</u> 0,04				



Фиг. 4.50. Първоначално изследване без инерционен товар

Следващите експерименти се провеждат с инерционен товар, който се поставя върху надлъжната ос на образците на върха им, в подходящия монтажен отвор (фиг. 4.39 и 4.40). Масата на товара е m = 1,13 g.



Експерименти с товарна маса m = 1,29 g, която е разположена на надлъжната ос на образците.



Експерименти с товарна маса m = 2,58 g, която е разположена симетрично от двете страни на надлъжната ос на образците в съответните монтажни отвори.



За образци PPA-2011 първоначалното изследване относно влиянието на товарното съпротивление се извършва с инерционната маса m = 2,58 g, разположена симетрично от двете страни на надлъжната ос на пробите в съответните монтажни отвори. Използваната измервателна схема е показана на фиг. 4.45.





в) Характеристики на изходната мощност

Фиг. 4.54. Влияние на товарното съпротивление (PPA-2011) с инерционен товар m = 2,58 g Таблица 4.32: Характеристики с включена резонансна точка

	f, Hz	40	42	44	46	48	49,4	50	52	54	56	58	60
10 kΩ	I <sub>RMS</sub> , mA	0,091	0,112	0,146	0,212	0,439	0,856	0,802	0,463	0,276	0,184	0,136	0,088
	U <sub>RMS</sub> , V	0,94	1,145	1,478	2,129	4,368	8,488	7,79	4,613	2,773	1,882	1,357	0,921
100 kΩ	I <sub>RMS</sub> , mA	0,018	0,022	0,027	0,039	0,073	0,181	0,172	0,097	0,055	0,035	0,024	0,018
	URMS, V	1,825	2,144	2,637	3,598	6,439	15,469	14,668	8,547	4,988	3,266	2,353	1,813
kΩ	I <sub>RMS</sub> , mA	0,001	0,001	0,002	0,004	0,01	0,029	0,028	0,014	0,007	0,003	0,001	0,001
1000	U <sub>RMS</sub> , V	1,862	2,194	2,713	3,726	6,667	16,72	16,03	9,148	5,212	3,365	2,413	1,853

За данните, представени на фиг. 4.54, може да се приеме, че резонансната честота е 50 Hz, но това в случая не е вярно, тъй като в действителност честотата е малко по-малка от тази стойност и стойностите на действителната енергия за резонансната точка е малко по-различна. Действителната стойност на резонансите на тока и на напрежението са показани заедно с други данни в Таблица 4.32 и на фиг. 4.55 и фиг. 4.56.

Влиянието на електрическия товар върху получената енергия е неоспоримо, тъй като влияе пряко върху изходното напрежение и изходния ток. Следователно, се провеждат експерименти за определяне на границите на неговото въздействие и оптималната стойност на изходното съпротивление.





Фиг. 4.55. Характеристика на тока с резонансна точка

Фиг. 4.56. Характеристика на напрежението с резонансна точка

				Таблица 4.33: Влияние на електрическия товар за РРА-2									
Дадено	$R_T, \Omega$	100	240	510	750	1000	2400	5100	7500	10000			
Реално	$R_T, \Omega$	114	251	519	742	976	2470	4820	7370	9950			
Дадено	f <sub>r</sub> , Hz	51	51	51	51	51	51	51	51	51			
Реално	f <sub>r</sub> , Hz	50,1	50,2	50,2	50,2	50,3	50,3	50,4	50,6	50,6			
Дадено	I <sub>RMS</sub> , mA	1,335	1,331	1,308	1,301	1,293	1,223	1,124	1,006	0,906			
Реално	I <sub>RMS</sub> , mA	1,582	1,559	1,538	1,514	1,488	1,363	1,201	1,054	0,925			
Дадено	$U_{RMS}, V$	0,137	0,309	0,654	0,944	1,244	3,036	5,392	7,389	8,945			
Реално	$U_{RMS}, V$	0,161	0,362	0,769	1,104	1,441	3,377	5,763	7,736	9,185			
Честота 51 Hz	P, mW	0,182895	0,411279	0,855432	1,228144	1,608492	3,713028	6,060608	7,433334	8,10417			
Резонансна честота	P, mW	0,254702	0,564358	1,182722	1,671456	2,144208	4,602851	6,921363	8,153744	8,496125			
Резонансна честота	Нормализирана мощност, µW/g²	6,737928	15,15169	31,51447	45,24534	59,25752	136,7895	223,2753	273,8471	298,561			
Дадено	R <sub>T</sub> , Ω	24000	51000	75000	100000	240000	510000	750000	1000000	2400000			
Реално	R <sub>T</sub> , Ω	23400	52100	64100	91100	241000	518000	798000	1008000	2720000			
Дадено	f <sub>r</sub> , Hz	51	51	51	51	51	51	51	51	51			
Реално	f <sub>r</sub> , Hz	50,8	50,9	50,9	50,9	50,9	50,9	50,8	50,8	50,7			
Дадено	I <sub>RMS</sub> , mA	0,574	0,32	0,268	0,197	0,086	0,048	0,036	0,031	0,02			
Реално	I <sub>RMS</sub> , mA	0,578	0,322	0,269	0,201	0,087	0,048	0,037	0,032	0,021			
Дадено	U <sub>RMS</sub> , V	13,149	16,032	16,375	16,815	17,687	17,767	17,862	17,784	17,876			
Реално	$U_{RMS}, V$	13,327	16,122	16,459	17,135	17,797	17,983	18,238	18,267	18,324			
Честота 51 Hz	P, mW	7,547526	5,13024	4,3885	3,312555	1,521082	0,852816	0,643032	0,551304	0,35752			
Резонансна честота	P, mW	7,703006	5,191284	4,427471	3,444135	1,548339	0,863184	0,674806	0,584544	0,384804			
Резонансна честота	Нормализирана мощност, µW/g²	278,054	189,0002	161,6742	122,0359	56,0373	31,4181	23,68957	20,31027	13,17119			









Показаните в Таблица 4.33 данни са за образец *PPA-2011* с инерционна маса m = 2,59 g, която е симетрично разположена от двете страни на надлъжната ос на образеца. За разграничаване на генерирания сигнал при работа само на резонансна честота и на близки резонансни честоти има две честоти, които са дадени – еталонна (в дадения случайе 51 Hz) и действителната резонансна честота за всеки индивидуален случай (честота с най-високите получени стойности).

Влиянието на честотата върху изходната мощност е представено в Таблица 4.34. Експериментите са проведени с образец *PPA-2011* с инерционен товар m = 2,56 g, който е разположен симетрично от двете страни на надлъжната ос на образеца.



Фиг. 4.59. Влияние на електрическия товар над нормализираната мощност (m = 2,59 g)

Таблица 4.34:										Зависимост на мощността от честотата for PPA-201								2011				
$\mathbf{R}_{\mathrm{L}}$	f, Hz	30	32	34	36	38	40	42	44	46	<b>48</b>	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70
~	I <sub>RMS</sub> , mA	0,041	0,047	0,054	0,062	0,072	0,087	0,109	0,142	0,203	0,363	1,382	0,791	0,426	0,269	0,194	0,15	0,123	0,103	0,084	0,078	0,07
2 C	U <sub>RMS</sub> , V	0,009	0,009	0,009	0,01	0,01	0,011	0,013	0,016	0,021	0,036	0,134	0,077	0,042	0,027	0,02	0,016	0,014	0,012	0,011	0,01	0,01
Ĩ	Tipdis, mm	1	1	1	1	1	1	1	1,5	2	3,5	7,5	5	2	1,5	1	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2
[	P, μW	0,369	0,423	0,486	0,62	0,72	0,957	1,417	2,272	4,263	13,068	185,19	60,907	17,892	7,263	3,88	2,4	1,722	1,236	0,924	0,78	0,7
	I <sub>RMS</sub> , mA	0,043	0,05	0,058	0,067	0,077	0,094	0,118	0,155	0,225	0,418	1,384	0,821	0,457	0,294	0,212	0,164	0,133	0,11	0,095	0,083	0,076
3 D	U <sub>RMS</sub> , V	0,045	0,052	0,059	0,068	0,077	0,093	0,116	0,152	0,219	0,4	1,337	0,79	0,442	0,284	0,206	0,16	0,13	0,11	0,094	0,083	0,076
Oe	Tipdis, mm	1	1	1	1	1	1	1	1,5	2	3,5	7,5	5	2	1,5	1	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2
_	P, µW	1,935	2,6	3,422	4,556	5,929	8,742	13,688	23,56	49,275	167,2	1850,4	648,59	201,99	83,496	43,672	26,24	17,29	12,1	8,93	6,889	5,776
-	I <sub>RMS</sub> , mA	0,038	0,044	0,051	0,058	0,066	0,079	0,096	0,123	0,171	0,282	0,82	0,655	0,383	0,24	0,17	0,13	0,104	0,087	0,073	0,063	0,056
d G	U <sub>RMS</sub> , V	0,421	0,478	0,543	0,615	0,693	0,82	0,993	1,259	1,727	2,832	8,108	6,503	3,82	2,411	1,715	1,322	1,073	0,9	0,768	0,669	0,6
Oe	TipDis, mm	1	1	1	1	1	1	1	1,5	2	3,5	7,5	5	2	1,5	1	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2
_	P, µW	15,998	21,032	27,693	35,67	45,738	64,78	95,328	154,86	295,32	798,62	6648,6	4259, 5	1463,0	578,64	291,55	171,86	111,59	78,3	56,064	42,147	33,6
-	I <sub>RMS</sub> , mA	0,009	0,01	0,011	0,012	0,013	0,016	0,019	0,024	0,033	0,052	0,157	0,138	0,076	0,045	0,03	0,021	0,016	0,013	0,01	0,008	0,007
5 D	U <sub>RMS</sub> , V	1,056	1,142	1,232	1,326	1,453	1,648	1,924	2,343	3,063	4,687	13,509	11,926	6,764	4,113	2,856	2,134	1,685	1,378	1,156	0,994	0,873
Oe	Tipdis, mm	1	1	1	1	1	1	1	1,5	2	3,5	7,5	5	2	1,5	1	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2
_	P, µW	9,504	11,42	13,552	15,912	18,889	26,368	36,556	56,232	101,08	243,72	2120,9	1645,8	514,06	185,08	85,68	44,814	26,96	17,914	11,56	7,952	6,111
~	I <sub>RMS</sub> , mA	0,0018	0,0019	0,0021	0,0023	0,0025	0,0029	0,0034	0,0043	0,0057	0,009	0,0284	0,0249	0,0133	0,0078	0,0053	0,0038	0,003	0,0023	0,0019	0,0016	0,0013
ŝ	U <sub>RMS</sub> , V	1,09	1,175	1,263	1,357	1,463	1,656	1,927	2,331	3,027	4,577	14,287	12,539	6,847	4,056	2,788	2,086	1,651	1,352	1,124	0,962	0,853
0e	Tipdis, mm	1	1	1	1	1	1	1	1,5	2	3,5	7,5	5	2	1,5	1	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2
	P, µW	1,962	2,2325	2,6523	3,1211	3,6575	4,8024	6,5518	10,023	17,254	41,193	405,75	312,22	91,065	31,637	14,776	7,9268	4,953	3,1096	2,1356	1,5392	1,1089

Някои от експериментите показват появата на няколко резонансни точки при определени обстоятелства. Например, данните в Таблица 4.35 за образец *PPA-2014* се вземат с инерционен товар m = 2,56 g, който е разположено симетрично от двете страни на надлъжната ос на образеца.



Voltage characteristics



Фиг. 4.60. Токова характеристика за пет електрически товара (m = 2,59 g)

Фиг. 4.61. Напреженова характеристика за пет електрически товара (m = 2,59 g)



Фиг. 4.62. Характеристика на мощността за пет електрически товара (m = 2,59 g)





### 4.3. Сравнителен анализ на симулационните и експерименталните данни

За да се потвърди адекватността на предложените модели на пиезоелектричните харвестери от гредови тип, получените данни от симулацията трябва да бъдат сравнени с реалните, експериментално получени данни от структури, подобни на или сравними със симулираните. Тъй като симулационните модели за еднослойните харвестери са добре установени и проучени, в днешно време тенденция в областта на пиезоелектрическите преобразуватели е разработката и изследването на многослойни структури на харвестери. Поради тази причина фокусът на настоящото изследване е насочен върху двуслойните структури, тяхното поведение и особености. Сравнението между симулационните и експериментално получените данни за изходния ток е направено на фиг. 4.64.





Показаните два резултата са сходни по характер, макар че експерименталните резултати не са нормализирани спрямо ускорението (на електродинамичния шейкър), но това не е толкова важно, тъй като ускорението на шейкъра е постоянно ( $a = 5,21 \text{ m/s}^2$ ). Плоските плата в горните части на характеристиките се обясняват лесно с крайния размер на пиезоелектричния харвестер и неговите пиезоелектрични параметри, които не позволяват да се генерира безкраен ток (при условията на нисък импеданс).



- 59 -

Симулационните и експерименталните резултати за изходното напрежение (фиг. 4.65) са също сходни по натура. Тук плоските плата в горните части на характеристиките отново се обясняват с крайния размер на пиезоелектричния харвестер, който не позволява да се генерира безкрайно напрежение (при условията на висок импеданс). Интересното е, че приликата между симулационните и експерименталните данни в случая за изходно напрежение е по-голяма от тази при токовия изходен сигнал (фиг. 4.64 и фиг. 4.65), което показва необходимостта от корекция за токовия модел в случай на товари с висок импеданс.



Фиг. 4.66. Сравнение между резултатите за изходната мощност

Симулационните и експерименталните резултати за изходната мощност са сравнени на фиг. 4.66. Експерименталните данни са нормализирани спрямо ускорението на шейкъра и показват добра степен на съвпадение със симулационните резултати. Двойните криви (на фиг. 4.66 и други, условно представляват условия на късо съединение и празен ход) на симулираните резултати се получават от условните първоначални предположения в моделите. В действителност те определят зоната, в която трябва да се търси действителната характеристична крива, когато се използват предложените модели за прогнозиране на поведението на конзолния тип пиезоелектрически харвестери.

Доброто съвпадение между двата вида резултати (симулационни и експериментални) доказва адекватността на използваните модели и методи за симулиране на изследваните енергийни харвестери.

### Анализи и изводи

Представените изследвания в настоящата глава съдържат симулационна и експериментална част, като почти изцяло акцентът е поставен върху процедурите за моделиране и симулациите за проверка на валидността на предложените в предните глави модели, тъй като се разглеждат обобщени симулационни процедури за моделите на пиезоелектрически харвестери. Предложените модели включват харвестери от еднослоен и двуслоен тип (unimorph и bimorph), като е поставен акцент на двуслойните конструкции.

- 5. На базата на предложените в предишните глави модели и методологии за описание на харвестери и на тяхното поведение, са проведени и извършени множество симулационни изследвания.
- 6. Симулационните резултати основно са фокусирани върху описанието на предполагаемото поведение на биморфните структури, които в момента са подложени на интензивни изследвания, тъй като предлагат големи възможности за значително увеличаване на полученото количество енергия при сравнително малко увеличение на цената на материалите, обема и разходите.
- 7. За да се сравнят получените резултати от симулацията с реалните експериментални данни, получени от подобен на изследваните харвестери тип, за събиране на информацията от тях се използват експериментални методики, инструментариум и електронни схеми. С помощта на електродинамична система (шейкър) се изследват и изучават два образеца с биморфна структура, като резултатите са представени под формата на таблици и графики.
- 8. Получените от експерименталното изследване резултати имат добра степен на съвпадение с тези, получени от симулационните процедури. Това наистина е доказателство, че предложените процедури за моделиране и модели на пиезоелектрически харвестери са адекватни на задачата, която трябва да изпълнят.

### АНАЛИЗ И ИЗВОДИ

Целта на представеното изследване е създаването на методология и модели за поведенческо описание на двуслойни (многослойни) пиезоелектрически енергийни харвестери (ЕН) от гредови тип, като за основа са взети класическите модели еднослойни такива, като в резултат са предложени модели и тяхната поддържаща методология за автоматизирано описание и прогнозиране на поведението на този тип генератори за малки енергии.

За постигане на тази цел в Глава 1 е направен преглед на съществуващите технологии и конструкции, използвани в различни типове ЕН, и на негова основа са изведени следните заключения:

- Един от най-обещаващите начини за събиране на остатъчна ("отпадъчна") енергия е чрез пиезоелектрични преобразуватели, тъй като те са изключително подходящи за приложение в среди с голямо количество вибрации или обилно наличие на компресионни явления;
- Теоретично двуслойните пиезоелектрически активни структури ще удвоят получената електрическа мощност, тъй като те могат да се считат за два харвестера с еднакви размери, работещи паралелно, но тъй като двата активни слоя са свързани, те имат взаимно влияние, което трябва да бъде описано и проучено;
- Следователно пиезоелектрическите ЕН от гредови тип са избрани като обекти за изследване с акцент върху дву- и многослойни устройства от този тип.

Във връзка със споменатите съображения се предлагат физико-математически модели за многослойни ЕН, базирани на класическия случай на еднослоен пиезоелектрически ЕН от вибрационен тип.

В съответствие с приведените по-горе пояснения задачата на настоящата работа е създаването и усъвършенстването на модели за многослойни вибрационни пиезоелектрични ЕН от гредови тип, както и обслужващата ги изчислителна методология.

Основните моменти, които се решават в изследването, са както следва:

- 1. Широко представяне на съществуващата методология за описание на еднослойни пиезоелектрически ЕН;
- 2. Разработване на модели за многослоен пиезоелектрически ЕН.
- 3. Създаването на обслужваща методология за проектиране на двуслоен пиезоелектрически ЕН, която ще служи и за калкулиране на критичните параметри на моделите;
- 4. Провеждане на симулации и експериментални проучвания за доказване на адекватността на предложените модели за пиезоелектрични вибрационни ЕН.

Във Глава 2 са събрани най-новите техники за физико-математически описания на пиезоелектрични еднослойни харвестери (unimorph) в гредова конфигурация (вибрационен тип). Има някои особености при описанието на пиезоелектричната активна среда и многослойните гредови структури на изследваните типове харвестери, тъй като те се основават на известните съставни уравнения за пиезоелектрическите среди.

- По този начин първоначално е определен аналитичен идеален модел за изследваните типове ЕН. Моделът се базира на електромеханичните аналогии, в които външните механични сили са представени със съответните им електрически аналози. Тъй като моделът има чисто динамичен характер за трансформиране от идеален в обективен, се въвеждат допълнителни параметри, които отразяват реалния характер на процесите, които протичат в моделираните структури.
- 2. Съответните еквивалентни електрически вериги, които използват характерни параметри на пиезоелектричната среда, са представени въз основа на електромеханичните аналогии и които отразяват поведението на използваните в практиката конструкции на ЕН. Еквивалентните вериги и тяхното математическо описание са в основата на създадените модели, които отразяват спецификата на изследваните конструкции на харвестера в определен работен режим.

Наличието на два (или повече) взаимодействащи активни слоя в многослойната структура може да се посочи като основна пречка при проектирането на надежден модел, което предполага предлагане на допълнителни симулационни процедури. По тази причина в Глава 3 са разгледани обобщените симулационни процедури за моделите на пиезоелектрически харвестер. Разгледаните модели включват ЕН тип unimorph и bimorph, като на последните е обърнато повишено внимание.

- 1. Предложени са модели за описание на поведението на пиезоелектричните харвестери, като се разглеждат техните особености. Елементите и компонентите от предложените схематични модели отразяват процеси и взаимовръзки, които са описани от принципите на електромеханичната аналогия.
- 2. Предложени са общи алгоритмични диаграми за предложените модели, както и обща диаграма за процеса на симулация. Случаите на unimorph и bimorph пиезоелектрични ЕН се разглеждат отделно поради техните особености, като процедурите за симулация на схематични модели се провеждат в програмна среда Multisim. Някои от етапите на предварителна или последваща обработка се извършват в среда на Matlab, при необходимост от предварително калкулиране на специфични параметри за даден модел.
- 3. Извършен е общ преглед за значимите параметри на моделите, тъй като те са използвани по-нататък в реалните симулационни изследвания за харвестерите тип unimorph и bimorph.

За да се гарантира валидността на предложените модели, е необходимо да се провери тяхната адекватност и сходимостта им с реални експериментални данни. Поради тези причини Глава 4 представя изследвания, които имат симулационни и експериментални части, като акцентът е поставен върху процедурите за моделиране и симулации, които са тествани като обобщени симулационни процедури за предложените модели на пиезоелектрични харвестери.

- 1. Предложените модели са симулационно изследвани като са предложени и извършени множество различни изследвания при различни параметри и условия.
- 2. За сравнение на получените резултати от симулациите се предлагат експериментална схема и вериги, които се използват за събиране на информация. С помощта на електродинамична система са изследвани два образеца от двуслойни (bimorph) структури.
- 3. Получените резултати от експерименталните изследвания имат добра степен на сходимост с тези, получени от симулационните процедури. Това наистина е доказателство, че предложените процедури за моделиране и предложените модели за пиезоелектрически двуслойни харвестери са адекватни на задачата, която трябва да изпълнят.

### ПРИНОСИ

### Научно-приложни приноси:

- 1. Предложени са поведенчески модели на двуслойни пиезоелектрични харвестери от вибрационен тип като използваните за това елементи и компоненти се описват от принципите на електромеханичната аналогия.
- 2. Предложени са алгоритми и процедури за симулационни процеси на двуслойни пиезоелктрични вибрационни харвестери, като те се основават на подобните механизми, обслужващи еднослойни харвестери. Повечето от предложените симулационни процедури за еквивалентните схеми се провеждат в програмна среда Multisim, но някои от предварителните или завършващите етапи се извършват в Matlab програмна среда, когато има необходимост от допълнителна обработка на моделните параметри.
- 3. За потвърждаване адекватността на разработените модели на двуслойни пиезоелектрични харвестери, по предложената обслужваща методика чрез анализи и моделни допускания са получени резултати на базата на симулационни изследвания, които са сравнени с проведени експериментални такива. Установена е висока степен на сходимост между симулационните и експерименталните резултати, което потвърждава адекватността на разработените модели, алгоритми и симулационни процедури.

### Приложни приноси:

- 1. Предложена е експериментална методика за изследване на двуслойни пиезоелектрични харвестери от вибрационен тип, чрез която са проведени експериментални изследвания, чиито резултати служат за потвърждение адекватността на разработените модели.
- 2. В течение на проведените експериментални изследвания са агрегирани голямо количество експериментални данни, които допълнително ще помогнат за усъвършенстване и разработване на подобрени модели, описващи поведението на двуслойни пиезоелектрични харвестери от вибрационен тип.

### Списък на публикациите, свързани с дисертацията

- 1. Tramantzas C. *Multisim-Based Model for Unimorph Piezoelectric Energy Harvesters*. Journal of Engineering Science and Technology Review, Special Issue on Conference in Telecommunications, Informatics, Energy and Management, 2019, pp. 158-162, ISSN: 1791-2377.
- Tramantzas C., D. Kolev, R. Stoyanova, V. Todorova. *Modeling Bimorph Piezoelectric Harvesters*. Proceedings of ISC UNITECH'2017, 17-18 November 2017, Gabrovo, Bulgaria,vol. 1, pp. 319-322, ISSN 1313-230X.
- 3. Kolev D., R. Stoyanova, C. Tramandzas, V. Todorova. *Initial Investigation of Energy Piezoelectric Harvester*. Proceedings of International Scientific Conference UNITECH'16, 18-19 November, Gabrovo, 2016, vol. 1, pp. 255-259, ISSN 1313-230X.
- Kolev D., V. Todorova, C. Tramantzas. Problems when Harvesting Energy with Piezoelectric Beam Elements. Proceedings of XXVII International Scientific Conference Electronics -ET2018, September 13 - 15, 2018, Sozopol, Bulgaria, ISBN 978-1-5386-6691-3, IEEE Catalog Number CFP18H39-CDR.
- Tramantzas C. Multisim-Based Model for Unimorph Piezoelectric Energy Harvesters. Proceedings of ISC UNITECH 2018, 16-17 November 2018, Gabrovo, Vol. 1, pp. 158-162, ISSN 1313-230X.

### TITLE:

## **Development and Research of Low Power Piezoelectric Energy Harvesters** Author:

MSc Eng. Constantinos Anastasios Tramantzas

### ABSTRACT

### The current thesis has the following **Objective**:

Creation of a methodology and models for describing the behavior of two-layer (multiple layers) piezoelectric harvesters from cantilever configuration as for the basis are taken the models for the ones that are monolayer types, and in the result are proposed models and their supporting methodology for automating the description and prediction the behavior of this type of generators for small energies. The **main points** that are solved in the study are as follows:

- 1. Extensive presentation of an existing methodology for describing piezoelectric harvesters.
- 2. Development of models for multilayer piezoelectric EH.
- 3. The creation of a servicing methodology for designing two-layer piezoelectric EH, which will also serve for calculation of important parameters of the models.
- 4. Conducting simulations and experimental studies to prove the adequacy of the proposed models for piezoelectric vibration harvesters.

### **Keywords:**

Piezoelectric beams, energy harvesting, models, unimorph and bimorph.